SERGIO BALSIMELLI

LA GEOMETRIA CON GEOGEBRA

(seconda edizione)

Esercizi per la scuola secondaria di primo grado e di secondo grado

Matematicamente

EDITING
NICOLA CHIRIANO

© 2010 Matematicamente.it
Corso Umberto 27c
73010 San Donato di Lecce
www.matematicamente.it
libri@matematicamente.it

Stampa
Universal Book
Via Botticelli, 22 -87036 Rende (CS)
Tel. Fax 0984 408929

ISBN: 978 88 96354 06 3

Indice

Introduzione 6
La barra degli strumenti di disegno 8
La barra di inserimento 15
La barra dei menu 23
Esercizi per la prima media 26
Esercizi per la seconda media 47
Esercizi per la terza media 72
Geometria analitica 82
Figure ottenute con la riga di inserimento 90
Esercizi per la prima superiore 105
Operazioni con i polinomi 105
Equazioni di primo grado e retta 107
Sistemi di equazioni di primo grado 108
Equazioni di secondo grado e parabola 109
Sistemi di equazioni di secondo grado 109
Equazioni di secondo grado e parabola 109
Disequazioni di primo grado 110
Disequazioni di secondo grado 111
Isometrie 113
Esercizi per la seconda superiore 117
Geometria analitica 117
Le rette 122
Luoghi geometrici 124
Fasci di rette 127
La parabola 128
Esercizi per la terza superiore 136
Iperbole 136
Circonferenza 139
Ellisse 141
Intersezioni e posizioni reciproche 145
Disegno di coniche come luoghi geometrici 148
Esercizi per la quarta superiore 151
Curve deducibili 154
Goniometria 158
Disegno di una funzione goniometrica come luogo 161
Semplici disequazioni goniometriche 166
Funzioni goniometriche inverse 172
Curve goniometriche deducibili 173

Risoluzione dei triangoli rettangoli 177
Risoluzione di un triangolo generico 181
Esercizi per la quinta superiore 185
Tangenti a una funzione 188
Punti di flesso di una funzione 191
Funzione crescente, decrescente e punti stazionari 192
Funzioni condizionate 195
Integrali definiti 196
Due funzioni delimitano una superficie chiusa 202
Valore medio di una funzione 206
Teorema di Rolle 207
Teorema di Lagrange 210
Calcolo del volume dei solidi di rotazione 211
Area di una superficie di rotazione 214
Area del trapezoide 215
Geogebra e formule 217

A mia moglie, Donella,
e ai miei figli Benedetta,
Marco e Tommaso

INTRODUZIONE

Geogebra è un software didattico per l'insegnamento della geometria, ma non solo, che fa parte del gruppo di software detti di "geometria dinamica". È un software *open-source* rilasciato sotto licenza GNU GPL *(General Public Licence),* ossia può essere scaricato e usato gratuitamente ed essere copiato e distribuito liberamente, purché non a scopo di lucro. Si può scaricare dal sito del progetto `www.geogebra.org`. Ideatore e principale sviluppatore è Markus Hohenwarter della Florida Atlantic University (USA). Esiste un forum, in più lingue, italiano compreso, dove è possibile scambiare consigli e informazioni. Esistono poi aree Wiki in diverse lingue dove è possibile pubblicare i propri lavori oppure scaricare quelli degli altri.

In questo manuale saranno utilizzate le seguenti convenzioni:

> Il simbolo ">" conduce a voci di menu nidificate. Ad es. la sequenza **File> Esporta> Foglio da disegno** indica che bisogna aprire la voce di menu **File**, selezionare da questo menu la voce **Esporta** e selezionare la voce **Foglio da disegno** dalla finestra di dialogo.

grassetto
: Il testo in grassetto indica le voci del software da selezionare: voci di menu e opzioni delle finestre di dialogo.

`monospazio`
: Questo tipo di carattere indica il testo o i caratteri che devono essere digitati da tastiera.

`monospazio grassetto`
: Questo tipo di carattere indica i messaggi e le risposte che il software visualizza sullo schermo.

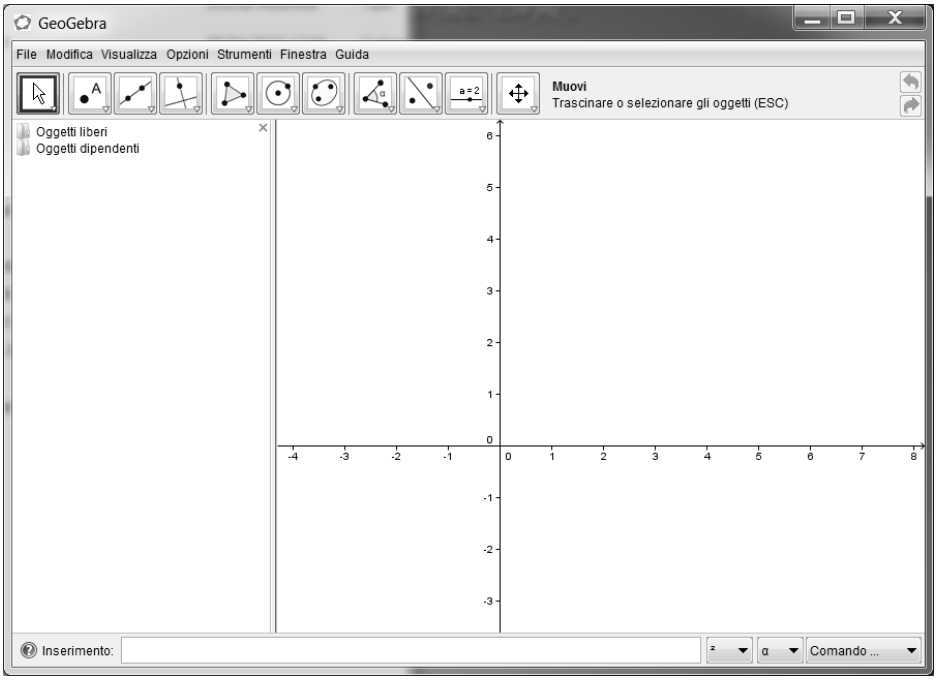
Per scaricare Geogebra nella versione offline, che funziona cioè anche se non si è connessi ad Internet, accedere al sito:

`http://www.geogebra.org/cms/it/installers`

e cliccare sull'icona del sistema operativo che si usa (Windows o altro). Dopo aver cliccato due volte sul file scaricato, scegliere **Italiano**, poi cliccare su **Avanti** più volte fino al tipo di installazione, qui scegliere **Tipica**. Come cartella di destinazione si può lasciare quella indicata e

infine cliccare sul pulsante **Installa**. Ad installazione completata cliccare sul pulsante **Eseguito** per far avviare il programma.
A questo punto appare la schermata iniziale, nella quale si possono distinguere quattro parti fondamentali:

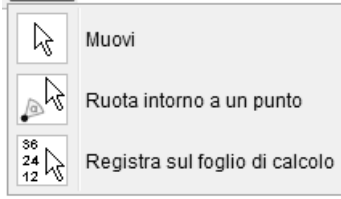
- a sinistra la **Finestra Algebra**;
- al centro il **Foglio da Disegno**;
- in basso la **Barra Inserimento**;
- in alto la **Barra dei Menu** e la **Barra dei Comandi**



La barra degli strumenti di disegno

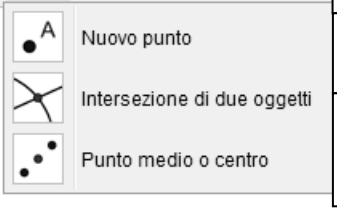
Cliccando sulla freccetta in basso a destra di ogni icona si apre un menu a tendina con gli altri comandi presenti.
Nel seguito indicheremo le icone con un numero come segue:

Icona 1



Muovi. Permette di spostare un oggetto libero con il mouse, cliccando su di esso e trascinandolo. Premendo il tasto Canc si cancella l'oggetto selezionato. Tenendo premuto Ctrl si selezionano più oggetti che possono così essere gestiti assieme.
Ruota intorno a un punto. Scelto un punto come centro di rotazione, si possono ruotare gli oggetti liberi attorno a questo punto, cliccando prima sul centro di rotazione e poi trascinando il punto.
Registra sul foglio di calcolo. Con questo strumento è possibile memorizzare la sequenza dei valori assunti da un oggetto in movimento.

Icona 2



Nuovo punto. Cliccando sul foglio da disegno, su un segmento, retta o conica, si crea un nuovo punto.
Intersezione di due oggetti. Per trovare l'intersezione di due oggetti si può cliccare successivamente su di essi, o direttamente nel punto di intersezione.
Punto medio o centro. Permette di trovare il punto medio tra due punti cliccando su ciascuno di essi; di un segmento cliccandoci su, o il centro di una conica cliccando sulla conica.

Icona 3

Retta per due punti. Cliccare per fissare il primo punto, poi spostarsi e cliccare di nuovo.

Segmento tra due punti. Permette di tracciare il segmento che unisce due punti cliccando prima su uno poi sull'altro.

Segmento di data lunghezza da un punto. Cliccare per fissare il primo punto, poi nella finestra che si apre digitare il valore della sua lunghezza e cliccare sul pulsante Applica.

Semiretta per due punti. Cliccare per fissare il primo punto poi spostarsi e cliccare di nuovo per ottenere la semiretta.

Vettore tra due punti. Cliccare sul primo punto, poi spostarsi sul secondo e cliccare di nuovo.

Vettore da un punto. Prendere un punto A ed un vettore tra due punti B e C. Dopo aver preso lo strumento vettore da un punto, cliccare su A e sul vettore BC. Si ottiene il vettore AD avente stesso modulo, direzione e verso di BC.

Icona 4

Retta perpendicolare. Dati un punto ed una retta, clic-care sul punto e sulla retta per ottenere la perpendicolare.

Retta parallela. Dati un punto ed una retta, cliccare sul punto e sulla retta per ottenere la parallela.

Asse di un segmento. Dato un segmento, cliccare sullo stesso per ottenere il suo asse (perpendicolare passante per il punto medio).

Bisettrice. Cliccando sui tre punti che formano un angolo (quello centrale è il vertice) si ottiene la bisettrice. Cliccando sulle due semirette che formano un angolo si ottengono le due bisettrici (angolo interno ed esterno).

Tangenti. Cliccando su un punto A e poi sulla conica c si formano tutte le tangenti alla conica c passanti per A. Cliccando su una retta r ed una conica c, si generano tutte le tangenti alla conica c parallele alla retta r.

Polare o diametro. Cliccando su un punto A e su una conica c si ottiene la polare. Cliccando su una retta (o vettore e poi sulla conica si ottiene la retta passante per il centro**.**

Retta di regressione. Per generare la retta, selezione una lista o un gruppo di punti e cliccare sullo strumento.

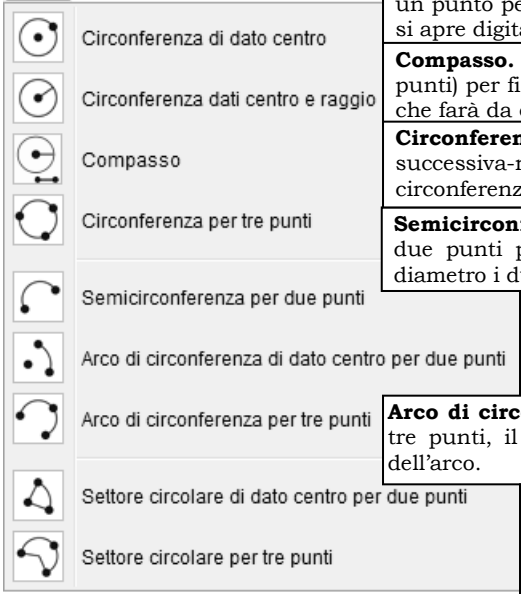
Luogo. Dopo aver cliccato sul punto A il cui luogo deve essere disegnato, cliccare sul punto B da cui A dipende. B deve essere un punto su un oggetto (segmento, conica…)

Icona 5

Poligono. Si ottiene un poligono del numero di lati voluto (se si parte dal punto A alla fine cliccare di nuovo su A).

Poligono regolare. Selezionare due punti A e B, si aprirà una finestra con il campo di inserimento testo, dove andrà inserito il numero di lati del poligono.

Icona 6



Circonferenza di dato centro. Cliccare su un punto per definire il centro, spostarsi e cliccare di nuovo fino alla grandezza desiderata.

Circonferenza dati centro e raggio. Cliccare su un punto per definire il centro e nella finestra che si apre digitare il valore del raggio.

Compasso. Selezionare un segmento (o due punti) per fissare il raggio e poi cliccare sul punto che farà da centro.

Circonferenza per tre punti. Cliccare successiva-mente su tre punti dati e si ottiene la circonferenza passante per i tre punti.

Semicirconferenza per due punti. Cliccare su due punti per otte-nere la semicirconferenza di diametro i due punti.

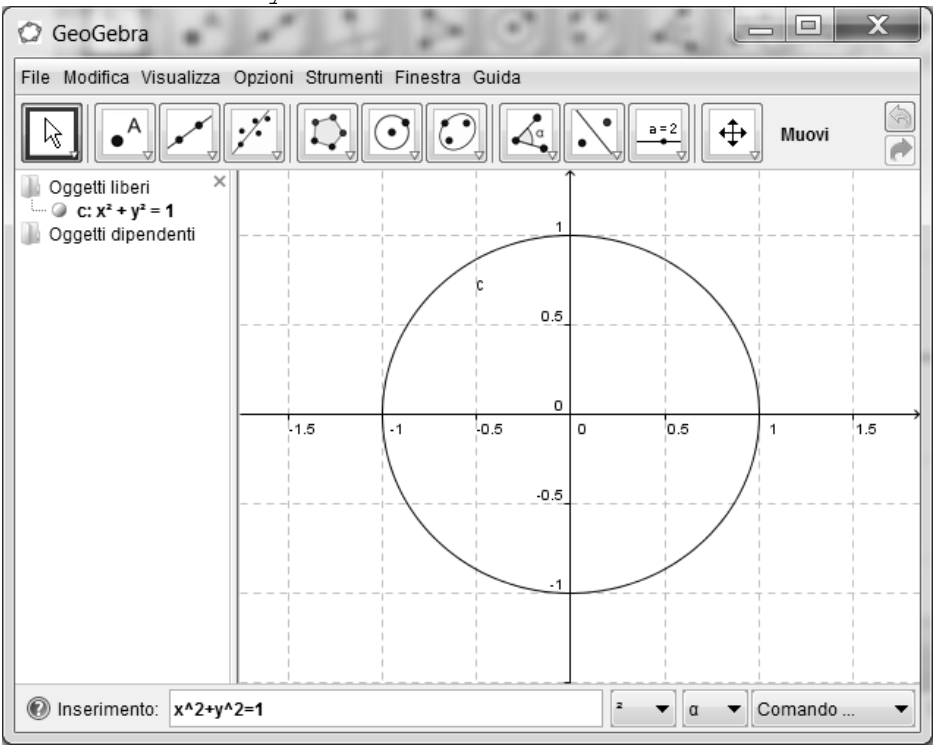
Arco di circonferenza di dato centro per due punti. Si fa clic sul centro della circonferenza e poi sui due punti estremi dell'arco.

Arco di circonferenza per tre punti. Si fa clic su tre punti, il primo e l'ultimo saranno gli estremi dell'arco.

Settore circolare di dato centro per due punti. Dati tre punti A, B e C, cliccare in A, centro del settore, poi in B e infine in C (C non deve necessariamente giacere sull'arco).

Settore circolare per tre punti. Si fa clic su tre punti e si ottiene il settore circolare che ha per estremi il primo e l'ultimo punto, il punto intermedio giace sull'arco

Circonferenza: $x^2+y^2=1$

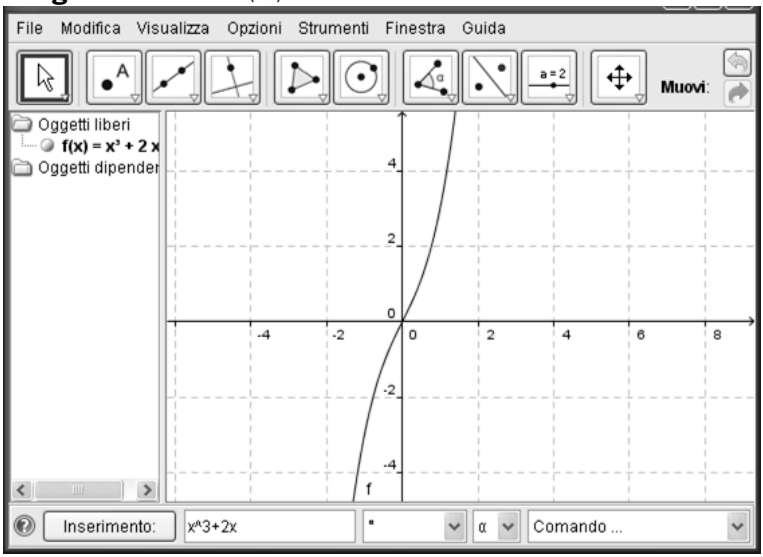


Prova a disegnare le circonferenze

Equazione	testo da digitare
• $x^2+y^2=16$	`x^2+y^2=16`
• $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 9$	`(x-3)^2+(y-1)^2=9`
• $x^2+y^2-4x+2y+1=0$	… … …
• $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}=1$	… … …

Si possono disegnare le coniche anche utilizzando l'apposito strumento Conica della **Icona7**.

Funzione generica: `f(x) = x^3 + 2x`



Prova a disegnare le seguenti funzioni:

funzioni	testo da digitare
• `f(x)=x^3-x^2`	`x^3-x^2`
• `f(x)=x^4-x^3`	… … …
• `f(x)=x^3-x^2-4x+4`	… … …
• $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$	`(x+1)/(x-1)`
• $f(x) = \sqrt{x-1}$	`sqrt(x-1)`
• $f(x) = \lvert x \rvert$	`abs(x)`

La Barra dei Menu

Menu File

A parte i consueti comandi **Apri**, **Salva**, **Salva con nome**… abbiamo:
Esporta> **Foglio di lavoro dinamico come pagina web** viene richiesto l'inserimento del **Titolo**, dell'**Autore**, della **Data** e si generano più file con estensione .html (da lanciare per visualizzare il lavoro nel browser) .ggb e .jar
Esporta> **Protocollo di costruzione come pagina web** dopo aver inserito **Titolo**, **Data**, **Autore**… vengono generati due file, uno .html (da lanciare per vedere l'immagine della pagina di lavoro con sotto il protocollo di costruzione) e l'altro .png (immagine).
Esporta> **Foglio da disegno come immagine** si può scegliere la risoluzione (da 72 a 600 d.p.i.) e la scala.
Esporta> **Esporta il foglio da disegno negli appunti come immagine .png** l'immagine viene copiata negli appunti da dove può essere incollata in altre applicazioni tipo Word.

Menu Modifica

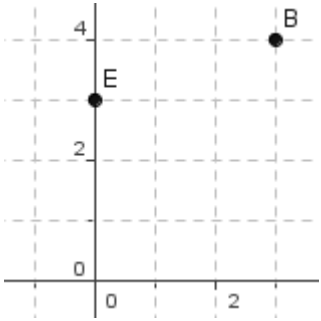
A parte i consueti comandi **Annulla** e **Ripristina** (per annullare e ripristinare un'operazione eseguita) abbiamo **Proprietà> visualizza le proprietà di tutti gli oggetti presenti nel lavoro fatto**

Menu Visualizza

Assi per visualizzare o meno gli assi cartesiani.
Griglia per visualizzare una griglia quadrettata che agevola la ricerca di un punto attraverso le sue coordinate.
Finestra Algebra visualizza tutti gli oggetti nella finestra apposita posta nella parte sinistra della schermata.

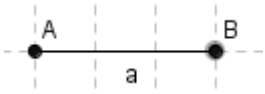
ESERCIZI PER LA PRIMA MEDIA

[Esercizio 1] Punti nel piano



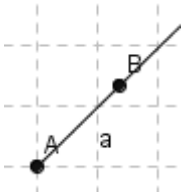
Usando **Icona2> Nuovo punto**, individuare i punti A(1,2), B(3,4), C(4,2), D(3,2).
Dopo aver scelto **Icona1> Muovi**, spostare il punto A in (5,4), B in (5,5) e C in (4,0).
Individuare poi i punti E(-2,3) ed F(-4,5). Spostare E in (0,3) ed F in (0,4).
Cancellare tutti i punti (cliccare su ciascuno di essi e premere il tasto Canc) ed inserire i seguenti: A(-4,-2), B(-3,2), C(-1,4), D(4,-5), E(6,3), F(4,2), G(3,0), H(0,5).
Scegliere **File> Nuovo**, non salvare e riportare i seguenti punti: A(-2,-4), B(-2,3), C(2,4), D(4,-3), E(-4, -1), F(0,3) e G(-3,0).

[Esercizio 2] Segmenti



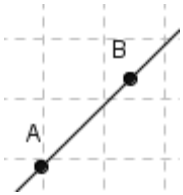
Dopo aver scelto **File> Nuovo**, senza salvare quanto fatto, prendere **Icona3> Segmento tra due punti** e individuare il segmento AB con A(1,2) e B(5,2).
Quanto misura il segmento? Come viene indicato? (Vedere sulla sinistra nella **Finestra Algebra**).
Ripetere con i segmenti CD con C(1,4) e D(1,7), EF con E(6,2) ed F(5,4), GH con G(-2,4) ed H(4,-2), IL con I(-2,-4) ed L(4,-3). Con lo strumento **Icona8> Distanza** misurare la distanza dei vari segmenti cliccando su ciascuno di essi. Scegliere **File> nuovo** senza salvare il lavoro.
Prendere quindi lo strumento **Icona3> Segmento di data lunghezza da un punto**, cliccare in A(2,2) e poi, nella finestra che si apre, digitare il valore 6. Cliccare sul punto B col tasto destro e scegliere **Traccia on**, poi selezionarlo e spostarlo. Quale curva descrive?
Ripetere con il punto C(3,3) disegnando un segmento di lunghezza 4.

[Esercizio 3] Semirette



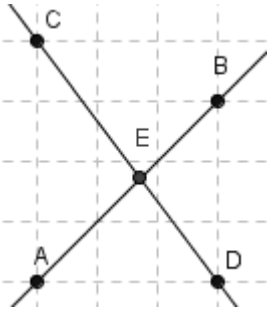
Dopo aver scelto **Icona3> Semiretta per due punti** disegnare la semiretta con origine A in (2,2) e passante per B(4,4). Come viene indicata la semiretta? Con lo strumento **Muovi**, cliccare sulla semiretta e cambiare la sua posizione. Con lo stesso strumento cliccare su B e far ruotare la semiretta attorno ad A; ripetere poi cliccando su A. Cliccare infine sulla semiretta e cancellarla premendo il tasto Canc; ripetere con i punti A e B.

[Esercizio 4] Rette



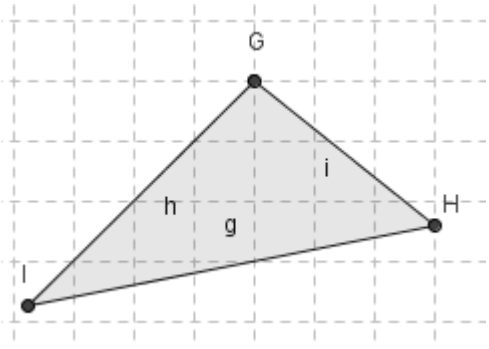
Scegliere **Icona3> Retta per due punti** e disegnare la retta cliccando su A(2,2) e B(6,6). Come viene indicata la retta? Con lo strumento *Muovi* spostare la retta, poi cliccare sul punto B e ruotare la retta attorno ad A, infine cliccare su A e ruotarla attorno a B. Selezionare la retta, cancellarla ed eliminare anche i punti A e B. Tracciare un'altra retta passante per due punti a piacere.

[Esercizio 5] Intersezione tra rette



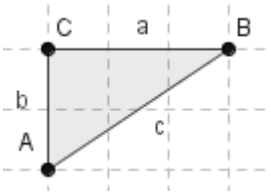
Disegnare la retta passante per A(1,1) e B(4,4) e quella passante per C(1,5) e D(4,1). Con lo strumento **Icona2> Intersezione di due oggetti**, individuare il punto d'incontro delle rette (avvicinarsi allo stesso e cliccare quando le rette diventano più spesse, oppure cliccare successivamente su ciascuna retta). Con lo strumento **Muovi** spostare il punto B, il punto A, il punto C ed infine D. Prendere **Icona10> Testo** e digitare, nella finestra che si apre: `E è il punto d'incontro delle rette AB e CD`. Cliccare poi sul pulsante **Applica**. Cliccare quindi col tasto destro sulla scritta e scegliere **Proprietà> Testo> 16 punti**, **Colore> rosso** cliccando su **OK** e infine su **Applica**. Dopo aver scelto **File> Nuovo**, senza salvare quanto fatto ripetere l'esercizio precedente considerando le rette AB e CD passanti per A(2,2) e B(4,6) ; C(1,5) e D(6,1).

[Esercizio 6] Rette e triangolo



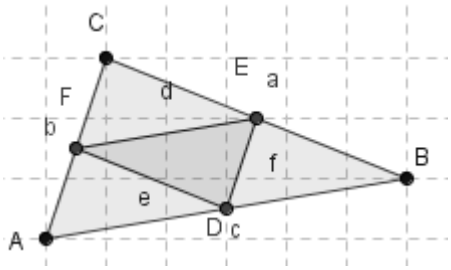
Disegnare le retta AB con A(1,1) e B(6,6) la retta CD con C(1,8) e D(7,2) ed infine la retta EF con E(1,2) e F(7,3). Individuare i tre punti di intersezione G,H ed I poi con lo strumento **Icona5> Poligono** disegnare il triangolo con i vertici trovati. Cliccare all'interno del triangolo con il tasto destro, scegliere proprietà e cambiare il colore in azzurro. Con lo strumento **Icona11> Mostra nascondi oggetto**, cliccare sulle tre rette iniziali e poi sullo strumento **Muovi**.
È possibile spostare i punti G, H o I? Provare a spostare invece i punti che individuano le tre rette. Cancellare il tutto.

[Esercizio 7] Triangolo



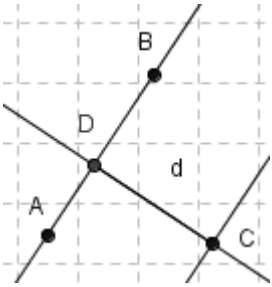
Con **Icona5> Poligono,** disegnare il triangolo di vertici A(2,2) B(7,5) e C(4,6) ricordandosi di chiudere il poligono cliccando su A. Con lo strumento **Muovi** spostare le lettere dei vertici del triangolo in modo che restino tutte all'esterno dello stesso, poi spostare il punto B in (5,4) e C in (2,4). Colorare il triangolo di rosso. Con lo strumento **Icona10> Testo** digitare `"L'area del triangolo è=" +poly1 + "cm²"` e cliccare sul pulsante **Applica**. Con lo strumento **Muovi** spostare il vertice B e osservare cosa accade alla misura dell'area.
Calcolare il perimetro del triangolo prendendo lo strumento **Testo** e digitando `"Il perimetro del triangolo è =" +(a+b+c) + "cm"`. Con lo strumento **Muovi** spostare il vertice B e osservare cosa accade alla misura del perimetro; ripetere con i vertici A e C. Selezionare il triangolo, cliccando al suo interno, e cancellarlo. Ripetere l'esercizio disegnando il triangolo di vertici A(-2,4) B(6,2) C(4,-1) colorandolo di blu e calcolando perimetro ed area.
NOTA: **per calcolare il valore di un'area, di un perimetro... il testo va racchiuso tra virgolette, poi va inserito il simbolo + davanti al valore che si vuole determinare.**

[Esercizio 8] Triangoli



Disegnare il triangolo di vertici A(1,1) B(7,2) e C(2,4) ricordandosi di chiudere il poligono cliccando su A. Con lo strumento **Icona2> Punto medio o centro**, cliccare su ciascun lato del triangolo individuando i punti medi D, E ed F e spostando le etichette all'esterno del triangolo. Disegnare il triangolo DEF e colorarlo di blu. Calcolare il perimetro del triangolo ABC e del triangolo DEF. Quale relazione c'è tra il perimetro dei due triangoli?

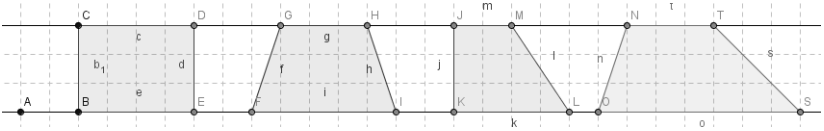
[Esercizio 9] Rette parallele e perpendicolari



Disegnare la retta passante per A(1,2) e B(3,4) poi prendere con **Icona2> Nuovo punto** il punto C(4,2). Con **Icona4> Retta parallela**, tracciare la parallela alla retta AB passante per C (cliccare su C e poi sulla retta o viceversa). Con lo strumento **Muovi** spostare B o A. Cosa accade?
Con lo strumento **Icona4> Retta perpendicolare** tracciare la perpendicolare alla retta AB passante per C individuando il punto d'intersezione D. Con lo strumento **Icona3> Segmento tra due punti** tracciare il segmento DC e calcolare la sua lunghezza (distanza tra le due rette parallele) usando lo strumento **Testo** e digitando `"Distanza tra le due parallele =" +d + "cm"`.

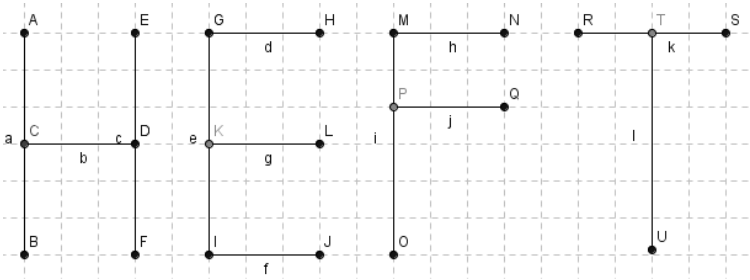
[Esercizio 10] Rette parallele e perpendicolari

Disegnare la retta AB esattamente orizzontale e la parallela condotta da un punto C. Usando lo strumento **Icona5> Poligono** e le rette parallele e perpendicolari ad AB, costruire le seguenti figure: rettangolo, parallelogramma, trapezio isoscele, trapezio rettangolo e trapezio scaleno prendendo punti a piacere. Colorare i poligoni con colori diversi.

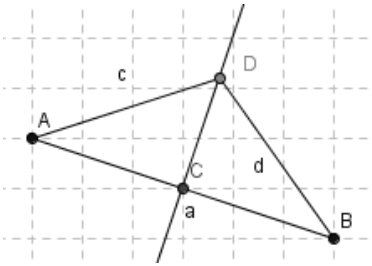


[Esercizio 11] Rette parallele e perpendicolari

Disegnare le lettere dell'alfabeto H, E, F e T, così come si vedono nel disegno, a partire dal segmento AB, con A(2,7) e B(2,1). Per determinare il punto medio usare lo strumento **Icona2 > Punto medio o centro**.



[Esercizio 12] Asse di un segmento

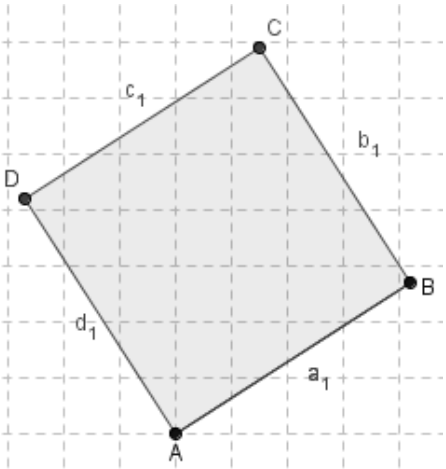


Tracciare il segmento AB di estremi A(2;6) e B(5;3) con **Icona3> Segmento tra due punti**. Trovare quindi il suo punto medio C scegliendo **Icona2> Punto medio o centro** cliccare sul segmento AB; tracciare la perpendicolare al segmento AB passante per C, scegliendo **Icona4> Retta perpendicolare** e cliccando sul segmento AB e poi sul punto C, individuando l'asse di AB. Prendere quindi un punto D sull'asse e tracciare i segmenti AD e DB. Nella **Finestra Algebra** osservare che i due segmenti hanno la stessa misura e ciò avviene anche spostando D sull'asse. Con lo strumento **Icona8> Distanza** cliccare sui segmenti c e d, e osservare che i valori rimangono uguali anche spostando D. Cliccare sul punto D e premere il tasto "+" o "–" del tastierino numerico per farlo scorrere sull'asse e osservare l'uguaglianza dei due segmenti (anche nella finestra algebra). Usando lo strumento **Icona10> Testo**, digitare `<L'asse di un segmento è la perpendicolare passante per il punto medio del segmento stesso, ma è anche il luogo dei punti equidistanti dagli estremi del segmento>`. Cliccare ancora sul punto D col tasto destro e scegliere **Proprietà> Algebra> Incremento** e dare valore 0,01 all'incremento, cliccando infine su **Chiudi**. Provare di nuovo a spostare il punto D dopo averlo selezionato e agendo sul tastierino numerico.

ESERCIZI PER LA SECONDA MEDIA

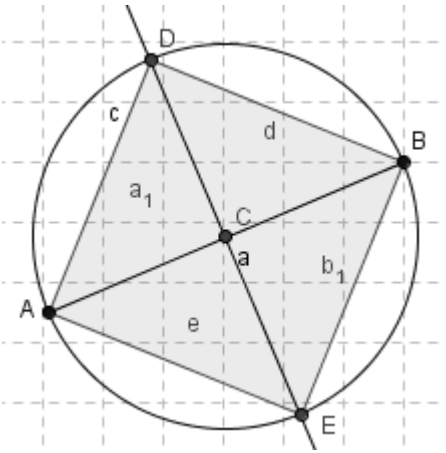
[Esercizio 40] Costruzione del quadrato dato il lato

Disegnare il segmento AB con A(1,1) e B(6,4). Tracciare da A e da B le perpendicolari al segmento AB.
Con **Icona6> Circonferenza di dato centro**, cliccare in A e aprire fino a B, cliccare poi in B ed aprire fino ad A.
Individuare le intersezioni C e D su queste rette ed unire i punti ABCD con lo strumento **Icona5> Poligono.** Nascondere le rette e le circonferenze. Nella **Finestra Algebra** come risultano i lati AB, BC, CD e DA?

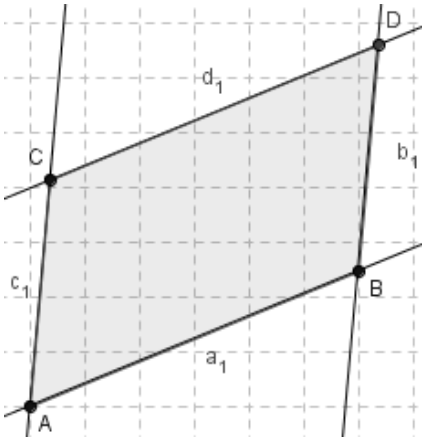


[Esercizio 41] Costruzione del quadrato di diagonale assegnata

Disegnare un segmento AB inclinato a piacere e determinare con **Icona2> Punto medio o centro** il suo punto medio. Tracciare per esso la perpendicolare al lato AB. Con **Icona6> Circonferenza di dato centro** disegnare la circonferenza di centro C e raggio AC. Individuare le intersezioni D ed E della stessa con la retta. Con lo strumento **Icona5> Poligono** tracciare il poligono AEBD, che è un quadrato. Nella **Finestra Algebra** come risultano i lati AE, EB, BD e DA?

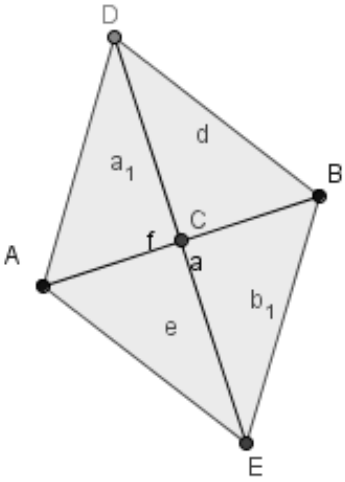


[Esercizio 42] Costruzione del parallelogramma



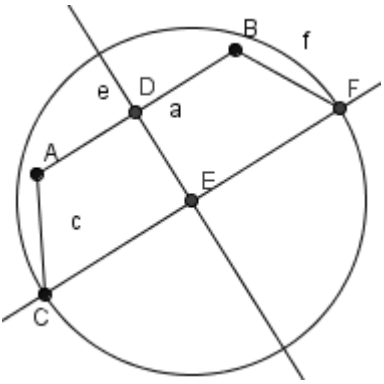
Tracciare una retta AB passante per due punti, poi prendere un punto C esterno alla retta e tracciare per esso la parallela alla retta AB. Disegnare la retta passante per i punti A e C, tracciare la parallela a quest'ultima condotta da B individuando l'intersezione D. Con lo strumento **Icona5> Poligono** disegnare il poligono ABDC e colorarlo di rosso. Il poligono ABCD è un parallelogramma? Verifica con lo strumento **Icona10> Relazione tra due oggetti** che i lati opposti sono paralleli: dopo aver selezionato lo strumento fai clic su due lati opposti del parallelogramma.

[Esercizio 43] Costruzione del rombo



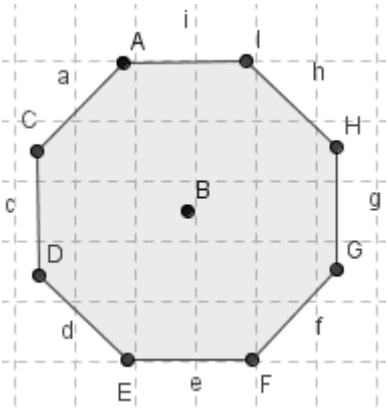
Disegnare un segmento AB ed individuare il suo punto medio C. Tracciare per esso la perpendicolare ad AB e prendere sulla perpendicolare stessa un punto D. *Con* **Icona5> Circonferenza di dato centro,** tracciare la circonferenza di centro C e passante per D, individuando l'ulteriore intersezione E. Disegnare il poligono ADBE, nascondere circonferenza e retta e tracciare la diagonale DE con lo strumento **Icona3> Segmento tra due punti**. Il poligono ADBE è un rombo? Verifica che ha i lati congruenti e le diagonali perpendicolari.

[Esercizio 44] Disegno del trapezio



Disegnare un segmento AB e prendere un punto C esterno ad esso. Per C disegnare la parallela ad AB con **Icona4> Retta parallela**, unire C con A e B con un punto D qualsiasi preso sulla retta passante per C. Si ottiene così un trapezio scaleno. Come si può fare per disegnare un trapezio isoscele? Cancellare il punto D e trovare il punto medio di AB, per esso far passare la perpendicolare ad AB, determinando il punto E di intersezione con la retta passante per C. Con **Icona6> Circonferenza di dato centro**, tracciare la circonferenza di centro E e raggio EC che interseca la retta in F. Unire B con F e nascondere la circonferenza. Per ottenere un trapezio rettangolo cancellare il punto F e da B condurre la perpendicolare, con **Icona4> Retta perpendicolare**, alla retta passante per C, individuando l'intersezione F. Dopo aver tracciato il segmento BF nascondere le rette e ed f con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**.

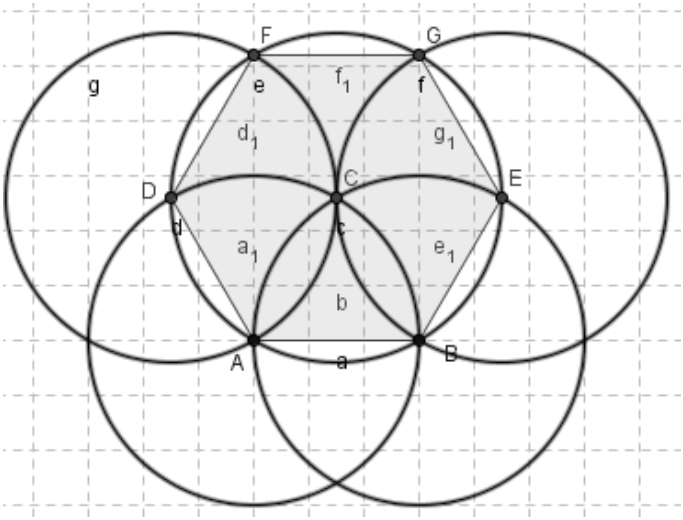
[Esercizio 45] Costruzione di un poligono regolare



Prendere due punti A e B, la cui distanza sarà il raggio del cerchio circoscritto al poligono.
Scegliere **Icona9> Ruota intorno ad un punto di un angolo** , cliccare sul punto A, poi su B e nella finestra che si apre inserire il valore dell'angolo di rotazione (360° : numero dei lati):
pentagono 72°
esagono 60°
ottagono 45°
Quindi cliccare in C e in B, D e in B, E e B... fino a chiudere la figura. Disegnare un pentagono, un esagono, un ottagono, un decagono ed un poligono a 18 lati.

[Esercizio 46] Disegno dell'esagono regolare (metodo 1)

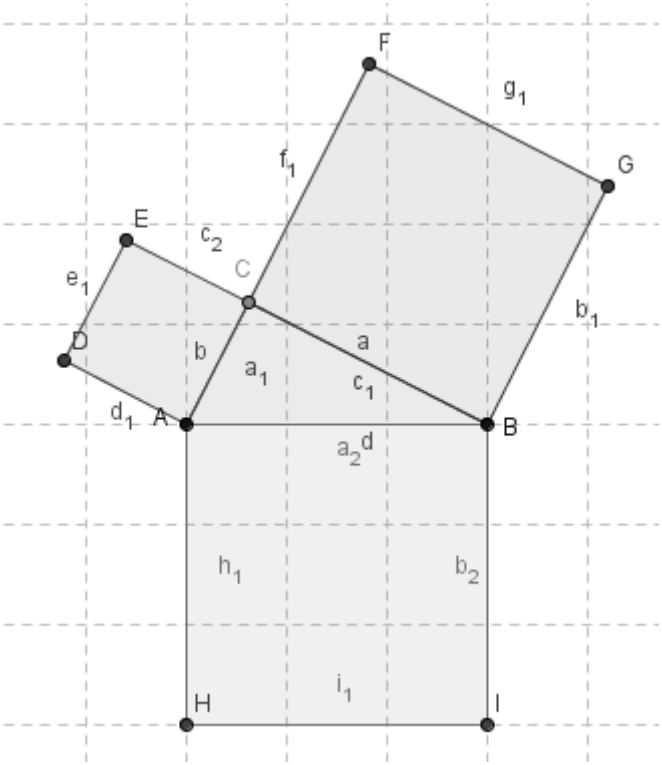
Disegnare il segmento AB, lato dell'esagono regolare con A(2,1) e B(5,1). Disegnare la circonferenza di centro A e raggio AB e quella di centro B e raggio BA con **Icona6> Circonferenza di dato centro.** Determinando l'intersezione superiore C. Con centro C e raggio CA disegnare la circonferenza e trovare le intersezioni D ed E con le due precedenti circonferenze. Con centro in E e raggio EB, centro in D e raggio DA trovare le intersezioni F e G con la circonferenza di centro C. Con lo strumento **Icona5> Poligono** unire in ordine i punti FGEBADF e nascondere le circonferenze.



[Esercizio 47] Costruzione dell'esagono regolare (metodo 2)

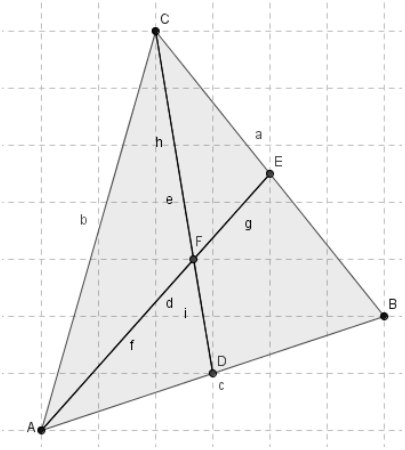
Disegnare il segmento AB esattamente verticale di 6 quadretti e determinare il punto medio C. Disegnare con **Icona6> Circonferenza di dato centro** la circonferenza di centro C e raggio AC e le circonferenze di centro A e raggio AB e quella di centro B e raggio BA, individuare le loro intersezioni D ed E. Prendere sul segmento AC i punti F e G distanti rispettivamente 2 e 4 quadretti da B e tracciare le semirette DG e DF individuando i punti di intersezione H ed I con la prima circonferenza e le semirette EG ed EF individuando i punti di intersezione K e J ancora con la prima circonferenza. Disegnare l'esagono AHIBJKA con **Icona5> Poligono**.

quadrato ABIH=" +Poly4 " Somma aree quadrati ACDE e BGFC=" +(Poly2+Poly3). Spostare quindi il punto C, cosa si osserva?



[Esercizio 64] Mediane di un triangolo, proprietà 1

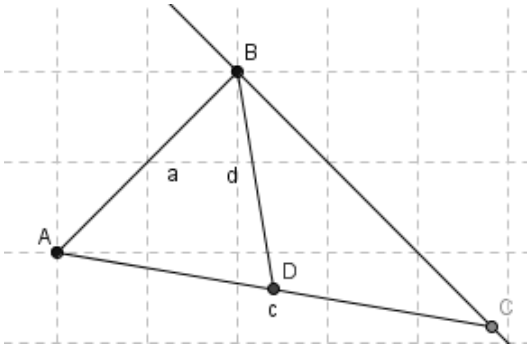
Disegnare con lo strumento **Icona5> Poligono** il triangolo di vertici A(2,2), B(8,4), C(4,9), trovare i punti medi dei lati AB e BC con **Icona2> Punto medio o centro.** Tracciare con lo strumento **segmento tra due punti** le mediane AE e CD; individuare la loro intersezione F. Tracciare i segmenti AF, EF, CF e DF e calcolare la misura di ciascuno con lo strumento **Testo** (ad esempio "Il segmento AF misura =" +f + "cm"). Quale relazione c'è tra



AF e EF e tra CF ed FD? Provare a spostare uno dei vertici. Cosa accade? Con lo strumento **Testo** scrivere <Il baricentro di un triangolo divide le mediane in due parti delle quali una è doppia dell'altra>.

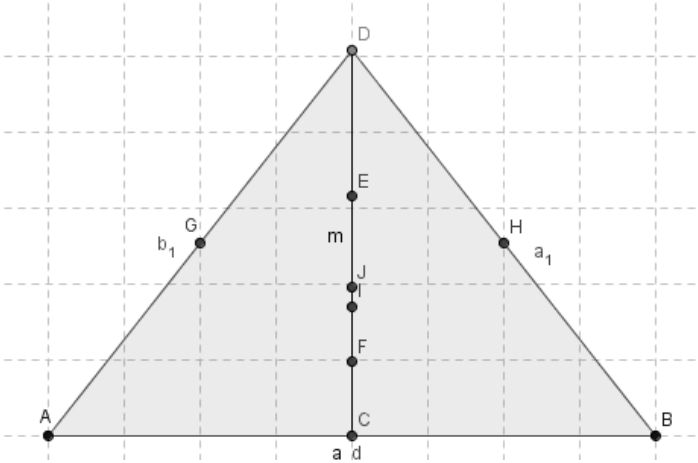
[Esercizio 65] Mediane di un triangolo, proprietà 2

Disegnare il segmento AB (a), per l'estremo B tracciare la perpendicolare ad AB (retta b). Prendere su questa retta un punto C a piacere e disegnare il segmento AC. Che tipo di triangolo è ABC? Trovare il punto medio D di AC e disegnare il segmento BD (mediana di AC). Con lo strumento **Icona8> Distanza** cliccare su AC e BD per calcolarne la misura. Quale relazione c'è tra i due segmenti? Con lo strumento **Testo** digitare <In un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa.>



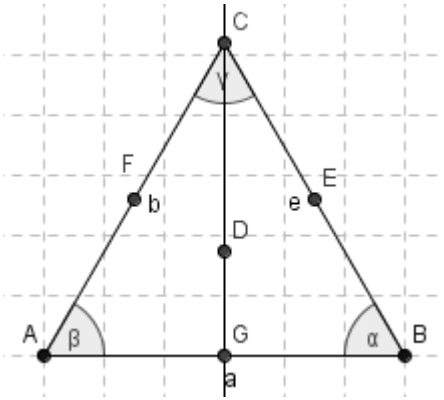
[Esercizio 66] Punti notevoli del triangolo isoscele

Disegnare il segmento di estremi A(2,2) e B(10,2) trovare il punto medio C e tracciare la perpendicolare ad AB passante per C (retta b). Su questa retta prendere il punto D (6,7) e disegnare con lo strumento **Icona5> Poligono** il triangolo ABD.
Tracciare la perpendicolare al lato DB condotta da A e trovare l'intersezione tra le due altezze (ortocentro). Nascondere le due rette. Tracciare gli assi dei lati AD e DB (**Icona4> asse di un segmento)** e determinare l'intersezione F (circocentro) poi nascondere gli assi. Determinare i punti medi dei lati AD (G) e DB (H) e tracciare i segmenti AH e BG trovando la loro intersezione I (baricentro) nascondendo poi i due segmenti. Disegnare le bisettrici (**Icona4> Bisettrice**) degli angoli DBA e BAD (cliccare in DB e AB poi in AB e AD) e determinare l'intersezione J. Nascondere le bisettrici e tracciare il segmento DC.



Come risultano Ortocentro, Baricentro, Incentro e Circocentro rispetto a questo segmento? Con lo strumento **Testo** misurare i lati AB, AD e DB (a, b_1 e a_1) poi cliccare col tasto destro sul punto D nella **finestra algebra** e scegliere **Proprietà> Algebra> Incremento> 0,01> Chiudi**. Cliccare di nuovo sul punto D col tasto sinistro e agire sul + e – del tastierino numerico. Cosa si può osservare? In quale tipo di triangolo i 4 punti notevoli vanno a coincidere in un punto solo?

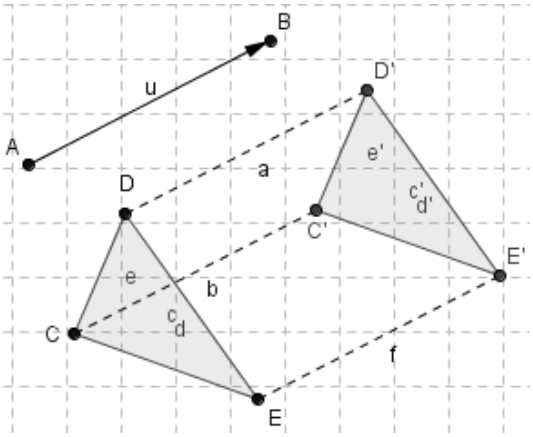
[Esercizio 67] Punti notevoli del triangolo equilatero



Disegnare il segmento di estremi A(2,2) e B(6,2) poi con lo strumento **Icona5> Circonferenza di dato centro** costruire il triangolo equilatero ABC e ripassarlo con lo strumento **Icona5> Poligono.** Misurare gli angoli interni (cliccare dentro al triangolo dopo aver preso lo strumento **Icona8> Angolo** e nella **Finestra Algebra** osservare la misura dei lati e degli angoli. Cosa si può dedurre? Determinare l'ortocentro e nascondere le rette, il baricentro e nascondere le rette, il circocentro e nascondere le rette ed infine l'incentro e nascondere le rette. Cosa si può dire riguardo al punto d'incontro delle altezze, delle mediane, degli assi e delle bisettrici?

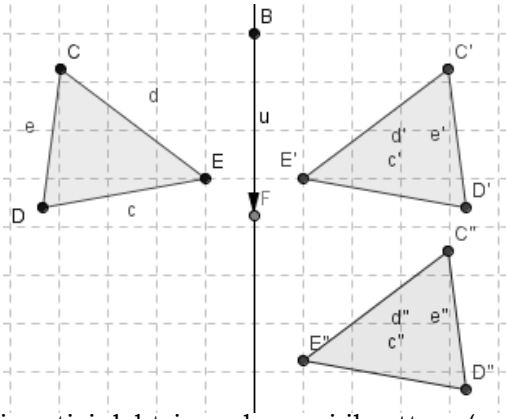
finestra che si apre digitare il valore dell'angolo di rotazione, scegliendo anche il verso della rotazione (Orario o Antiorario). Colorare il triangolo ottenuto con un colore diverso da quello iniziale. Ripetere disegnando e ruotando, di un numero di gradi a piacere, in senso orario o antiorario, un quadrilatero, un pentagono ed un esagono.

[Esercizio 75] Traslazione



Prendere due punti A e B ed unirli con **Icona3> Vettore tra due punti**, cliccando in A e poi in B. Disegnare un triangolo e scegliere **Icona9> Trasla di un vettore**, cliccare dentro al triangolo e poi sul vettore. Colorare il triangolo ottenuto di un altro colore, unire i vertici corrispondenti con un segmento, cliccare su ciascuno di essi col tasto destro e scegliere **Proprietà> Stile> Stile tratto> Tratteggiato** osservare poi il loro parallelismo. Spostare il vertice B del vettore, poi ripetere l'esercizio disegnando un quadrilatero, un pentagono a piacere ed un esagono.

[Esercizio 76] Antitraslazione



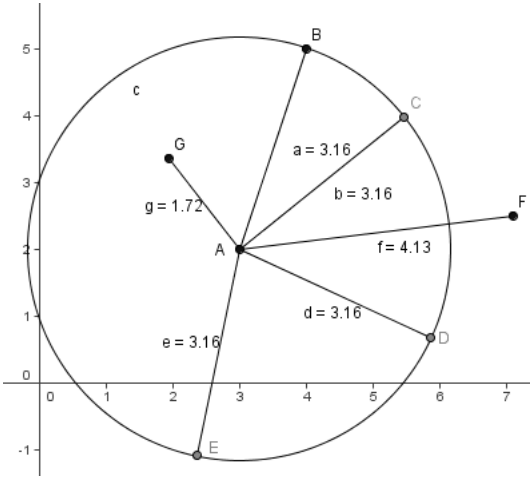
Disegnare una retta parallela all'asse y e un triangolo DEC a piacere. Sulla retta prendere un punto F e tracciare il vettore BF con lo strumento **Icona3> Vettore tra due punti**. Disegnare quindi il simmetrico del triangolo rispetto alla retta colorandolo di colore rosso. Traslare quindi il triangolo ottenuto del vettore disegnato, colorando di blu. Provare quindi a spostare i vertici del triangolo e poi il vettore (anche al di sopra del punto B).

ESERCIZI PER LA TERZA MEDIA

[Esercizio 89] Cerchio e circonferenza

Disegnare con lo strumento **Icona6> Circonferenza di dato centro e raggio** una circonferenza con centro in A(5,5) e raggio 3. Prendere sulla circonferenza un punto qualsiasi B e tracciare il segmento AB. Calcolare con lo strumento **Icona10> Testo** l'area e la misura della circonferenza (`Area=π*r²; Circonferenza =2*π*r`).

[Esercizio 90] Circonferenza



Disegnare la circonferenza di centro A(3,2) e passante per B(4,5) con **Icona6> Circonferenza di dato centro**. Prendere sulla circonferenza con **Icona2> Nuovo punto** i punti C,D ed E (in senso orario) unendo poi, con **Icona3 > Segmento tra due punti**, ciascuno di essi con il centro A. Con **Icona8> Distanza** cliccare sui segmenti AB, AC, Ad ed AE ottenendo il valore della loro misura (3,16).

Prendere quindi il punto F esterno alla circonferenza e il punto G interno. Dopo aver tracciato i segmenti AF ed AG, misurare la loro lunghezza con **Icona8> Distanza**. Come risulta tale distanza rispetto al raggio?

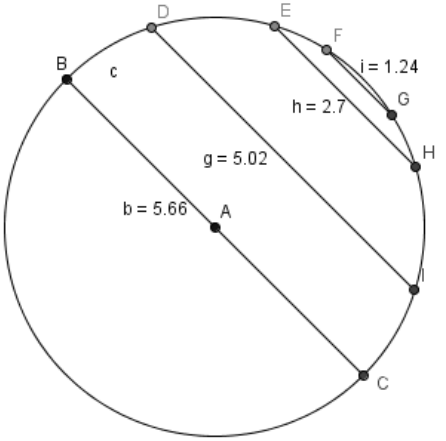
Con **Icona10> Testo**, scrivere `<La circonferenza è il luogo geometrico dei punti equidistanti da un punto fisso detto centro. Tale distanza corrisponde al raggio>`.

[Esercizio 91] Diametro

Disegnare la circonferenza di centro A(3,3) e passante per B(2,5) con **Icona6> Circonferenza di dato centro**. Disegnare con **Icona3> Retta per due punti** la retta AB e individuare con **Icona2> Intersezione di**

due oggetti l'altro punto di intersezione C con la circonferenza. Con **Icona3> Segmento tra due punti** tracciare il segmento BC e nascondere la retta AB con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**.
Con **Icona10> Testo**, scrivere <Il diametro è la corda passante per il centro della circonferenza>.

[Esercizio 92] Diametro e corde

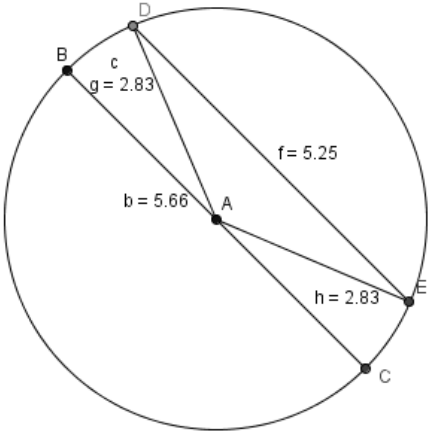


Disegnare la circonferenza di centro A(3,3) e passante per B(2,5) con **Icona6> Circonferenza di dato centro**. Disegnare con **Icona3> Retta per due punti** la retta AB e individuare con **Icona2> Intersezione di due oggetti** l'altro punto di intersezione C con la circonferenza. Con **Icona3> Segmento tra due punti** tracciare il segmento BC e nascondere la retta AB con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**. Sulla circonferenza prendere, con **Icona2> Nuovo punto**, i punti D, E ed F (in senso orario) e tracciare le parallele per ciascuno di essi al segmento BC con **Icona4 >Retta parallela**, individuando le intersezioni G, H ed I con la circonferenza con **Icona2 >Intersezione di due oggetti**. Tracciare i segmenti FG, EH, DI e nascondere le rette parallele con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**. Misurare ciascuna corda con **Icona8> Distanza** a partire dal diametro. Con **Icona10> Testo**, scrivere <Il diametro è la corda più lunga di una circonferenza>.

[Esercizio 93] Diametro e corde

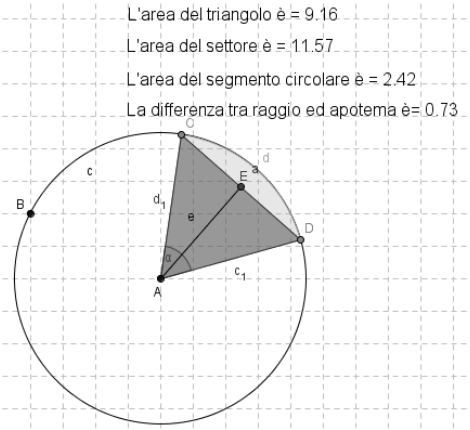
Disegnare la circonferenza di centro A(4,3) e passante per B(2,5) con **Icona6> Circonferenza di dato centro**. Disegnare con **Icona3> Retta per due punti** la retta AB e individuare con **Icona2> Intersezione di due oggetti** l'altro punto di intersezione C con la circonferenza. Con **Icona3> Segmento tra due punti** tracciare il segmento BC e nascondere la retta AB con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**. Prendere sulla circonferenza il punto D con **Icona2> Nuovo punto** e tracciare la parallela al segmento BC passante per D, individuando il nuovo punto di intersezione E con la circonferenza. Con **Icona3>**

Segmento tra due punti tracciare il segmento DE e nascondere la retta DE con **Icona11> Mostra/Nascondi oggetto**.
Disegnare i segmenti DA ed EA e misurare con **Icona8> Distanza** i segmenti DA, EA e la corda DE. Con **Icona1> Muovi** spostare il punto D verso B (si può usare anche il tasto + della tastiera). Cosa accade alla misura della corda DE? Cosa sono DA e EA? La loro somma a cosa corrisponde? Con **Icona10> Testo**, scrivere `<Il diametro è la corda più lunga della circonferenza>`.



[Esercizio 94] Area del segmento circolare

Disegnare la circonferenza di centro A(5,5) e passante per B(3,7) con **Icona6> Circonferenza di dato centro**. Prendere su di essa i punti C e D a piacere e *con* **Icona6> Settore circolare di dato centro per due punti**, cliccare in A, D e C. Cliccare col tasto destro su AD e scegliere **Proprietà> Riempimento> 25, colore> azzurro**. Con lo strumento **Icona5> Poligono** disegnare il triangolo ADC, cliccare al suo interno col tasto destro e scegliere **Proprietà> Riempimento> 50, colore> rosso**. Tracciare la perpendicolare a CD condotta da A e trovare l'intersezione E col lato CD. Tracciare il segmento EA (e) e nascondere la perpendicolare. Con lo strumento **Icona10> Testo** digitare:



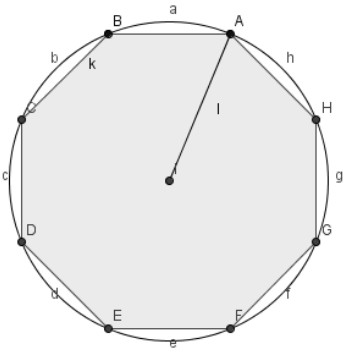
"L'area del triangolo è =" + poly1 + "cm^2"
"L'area del settore è =" + d + "cm^2"
"L'area del segmento circolare è =" + (d - poly1) + "cm^2"
"La differenza tra raggio ed apotema è =" + (c_1-e) + "cm"
Spostare il punto D verso C e vedere cosa accade.

[Esercizio 95] Cerchio e poligoni regolari inscritti

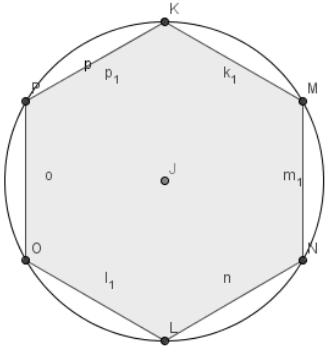
Segnare i punti A(5,8) e B(3,8) poi con **Icona5> Poligono regolare** cliccare prima in A e poi in B; nella finestra che si apre digitare 8 (ottagono poly1). Tracciare l'asse di AB e di CD, individuare la loro intersezione I. Tracciare la circonferenza di centro I e passante per A, poi disegnare il segmento IA (raggio l) e vedere nella **finestra algebra** la sua misura (2.61). Nella retta j, perpendicolare a CD prendere il punto J di ascissa 11 e con lo strumento Circonferenza dati centro e raggio cliccare in J e digitare nella finestra che si apre il valore 2.61. Tracciare la perpendicolare per J alla retta j e trovare le intersezioni K ed L con la circonferenza.

L'area del cerchio è=21.4cm²
L'area dell'ottagono è=19.31cm²
L'area dell'esagono è=17.7cm²
L'area del quadrato è=13.62cm²

La differenza tra l'area del cerchio e quella dell'ottagono è =2.09cm²



La differenza tra l'area del cerchio e quella dell'esagono è=3.7cm²

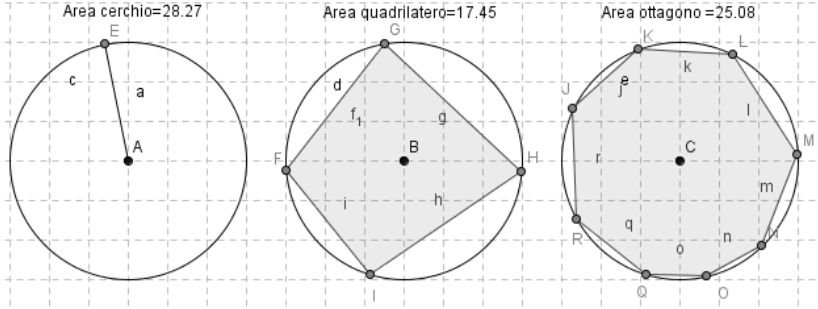


Tracciare le circonferenze dati centro e raggio , cliccare su K e digitare 2.61, poi su L e digitare ancora 2.61, individuando le intersezioni M, N, O e P con la prima circonferenza. Disegnare con lo strumento poligono l'esagono KMNLOP (poly2). Prendere sulla retta j il punto Q di ascissa 18 e tracciare la circonferenza di centro Q e raggio 2.61. Tracciare la perpendicolare per Q alla retta j individuando le intersezioni R, S, T e U con la circonferenza. Disegnare con lo strumento poligono il quadrato RSTU (poly3).

Nascondere le rette e le circonferenze per disegnare l'esagono, poi con lo strumento **Icona10> Testo c**alcolare l'area del cerchio ($\pi*2.61^2$) e quella di ciascun poligono (poly1, poly2 e poly3). Calcolare inoltre la differenza delle aree del cerchio con ciascun poligono.

[Esercizio 96] Cerchio e poligoni inscritti

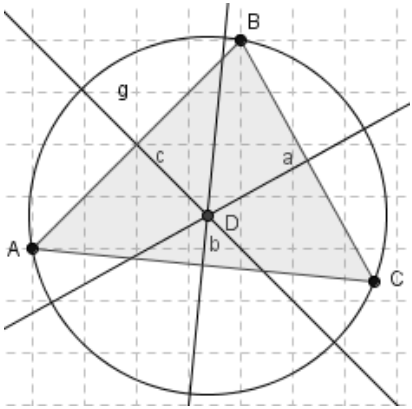
Disegnare con lo strumento **Icona6> Circonferenza di dato centro e raggio** una circonferenza con centro in A(4,4) e raggio 3 e calcolare la sua area (come fatto nell'esercizio precedente). Disegnare altre 3 circonferenze uguali con centro in B(11,4), C(18,4), D(25,4) e tracciare nella prima un quadrilatero inscritto nella seconda un ottagono inscritto e nella terza un dodecagono(strumento **Icona5> Poligono**). Calcolare l'area di ciascun poligono con lo strumento **Icona10> Testo** digitando "L'area del quadrilatero è =" +poly…. + "cm^2".



Cosa si osserva all'aumentare del numero dei lati? Disegnare una circonferenza di centro (4,5) e raggio 3 e calcolare la sua area. Disegnare una circonferenza uguale con centro (11,5) e raggio 3, inscriverci un poligono con il maggior numero possibile di lati e calcolarne l'area. Cosa osservi? Come si può definire la circonferenza?

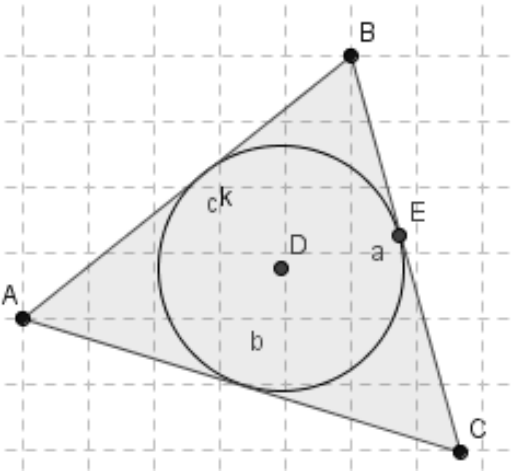
[Esercizio 97] Circocentro (incontro degli assi)

Disegnare con lo strumento **Icona5> Poligono** un triangolo scaleno e con **Icona4> Asse di un segmento**, disegnare l'asse di ciascun suo lato e determinarne il punto d'incontro D. Disegnare con **Icona6> Circonferenza di dato centro** la circonferenza di centro D e raggio DA. Cosa accade spostando uno dei vertici del triangolo? Con lo strumento **Icona10> Testo** digitare <Il punto d'incontro degli assi di un triangolo si chiama Circocen-



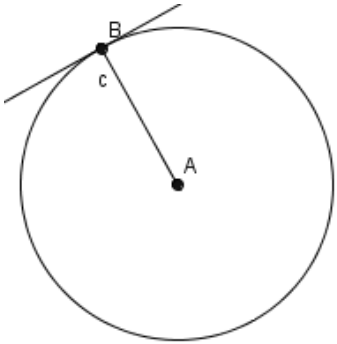
tro. È il centro della circonferenza circoscritta al triangolo>.

[Esercizio 98] Incentro (incontro delle bisettrici)



Disegnare con lo strumento **Icona5> Poligono** un triangolo scaleno e con **Icona4> Bisettrice**, cliccare successivamente in BA ed AC, AC e BC, BC e BA determinando l'intersezione D. Da tale punto condurre la perpendicolare ad un lato e determinare il punto d'incontro E. Tracciare con **Icona6> Circonferenza di dato centro** la circonferenza di centro D e raggio DE. Nascondere tutte le rette e provare a spostare uno dei vertici del triangolo. Cosa accade? Con lo strumento **Testo** digitare <il punto d'incontro delle bisettrici di un triangolo si chiama Incentro. Esso rappresenta il centro della circonferenza inscritta nel triangolo>.

[Esercizio 99] Tangente alla circonferenza in un suo punto

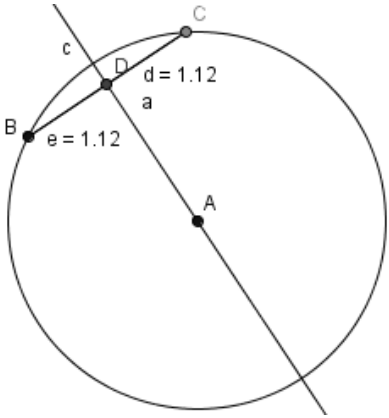


Con lo strumento **Icona6> Circonferenza dati centro e raggio**, disegnare una circonferenza di centro A e raggio 3, individuando sulla stessa un punto B. Tracciare la retta passante per A e per B e la perpendicolare ad essa per B. Nascondere la prima retta e disegnare il segmento AB. Cosa accade spostando il punto B? Come rimangono il raggio e la retta tangente? Selezionare B e muoverlo da tastiera.

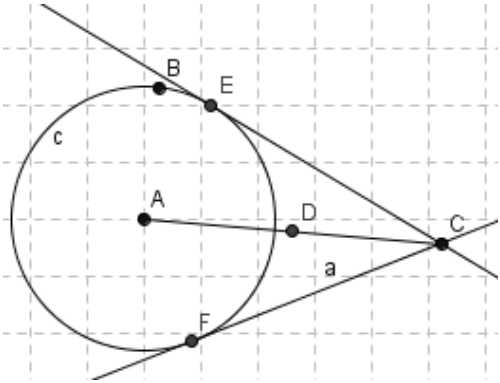
[Esercizio 100] Perpendicolare ad una corda

Disegnare la circonferenza di centro A(4,3) e passante per B(2,4) con **Icona6 > Circonferenza di dato centro**. Prendere sulla circonferenza il punto C con **Icona2> Nuovo punto** e disegnare con **Icona3> Segmento tra due punti** la corda BC.

Tracciare quindi la perpendicolare alla corda passante per A *con* **Icona4> Retta perpendicolare** e individuare il punto di intersezione D con la corda con **Icona2> Intersezione di due oggetti.** Tracciare i segmenti BD e DC e misurarli con **Icona8> Distanza** (nella finestra che si apre scegliere segmento e segmento e). Con **Icona10> Testo**, scrivere <La perpendicolare ad una corda tracciata dal centro di una circonferenza divide la corda stesa in due parti congruenti>.



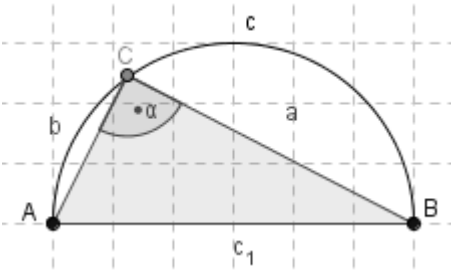
[Esercizio 101] Tangente condotta da un punto esterno



Con lo strumento **Icona6> Circonferenza di dato centro**, disegnare una circonferenza a piacere, di centro A e passante per B. Prendere un punto C esterno alla circonferenza e disegnare il segmento AC, individuando poi il suo punto medio D. Disegnare con lo strumento **Icona6> Circonferenza di dato centro,** la circonferenza di centro D e raggio AD, individuando le intersezioni E ed F con la prima circonferenza. Tracciare le rette CE e CF e nascondere l'ultima circonferenza disegnata. Muovere il punto C ed osservare cosa accade.

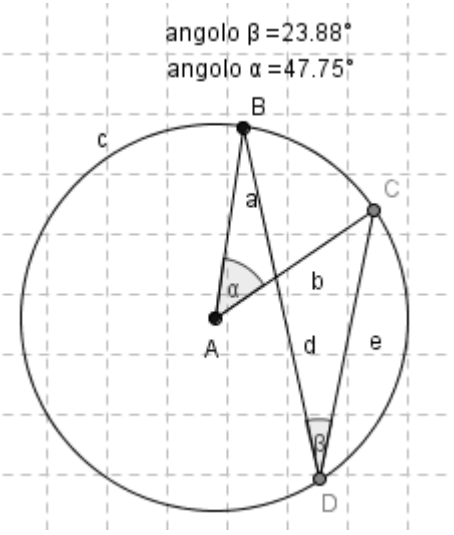
[Esercizio 102] Triangolo inscritto in una semicirconferenza

Segnare i punti A(2,2) e B(8,2) con **Icona6> Semicirconferenza per due punti**, tracciare la semicirconferenza di diametro AB, poi tracciare il triangolo ABC prendendo lo strumento **Icona5 >Poligono** ed un punto C a piacere sulla semicirconferenza. Misurare l'angolo in C con **Icona8 > Angolo** cliccando prima in b, poi in a. Con lo strumento **Icona10> Testo** misurare l'angolo α poi provare ora a spostare il punto C con lo strumento Muovi, cosa accade all'angolo? Fare la stessa operazione dopo aver impostato l'incremento del punto C a 0,01 e muovendolo da tastiera.

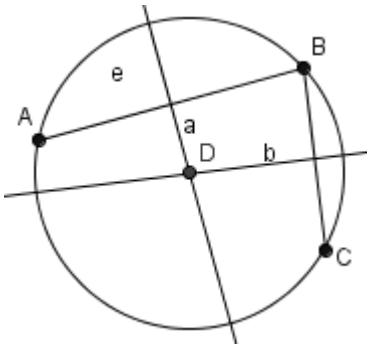


[Esercizio 103] Angoli al centro ed alla circonferenza

Disegnare con lo strumento **Icona6> Circonferenza di dato centro** una circonferenza grande a piacere e individuare sulla stessa i punti C e D. Tracciare i segmenti AB ed AC e misurare l'angolo in A cliccando prima sul segmento b e poi su a. Tracciare i segmenti DB e DC e misurare l'angolo in D cliccando prima sul segmento e poi su d. Con lo strumento **Testo** misurare gli angoli α e β. Provare a spostare i punti B o C e vedere cosa accade agli angoli. Quale relazione li lega? Digitare con lo strumento **Icona10> Testo** <Un angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro>.

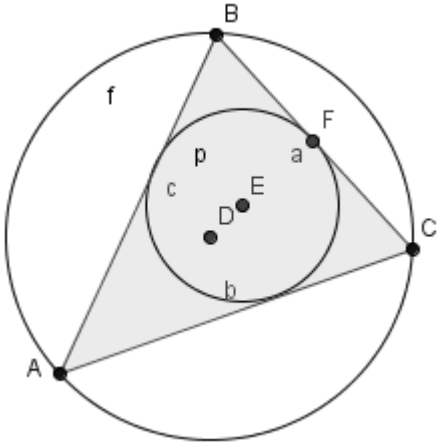


[Esercizio 104] Circonferenza passante per tre punti



Dopo aver scelto il menu Visualizza, deselezionare Griglia e prendere sul foglio di lavoro 3 punti A, B e C non allineati. Unire con un segmento A con B e B con C. Con **Icona4> Asse di un segmento** tracciare gli assi dei segmenti AB e BC individuando il loro punto di intersezione D. Con lo strumento Circonferenza di dato centro, tracciare la circonferenza di centro D passante per A. Provare a spostare i punti A, B e C. Cosa accade? Come si chiama D?

[Esercizio 105] Circonferenza inscritta e circoscritta al triangolo

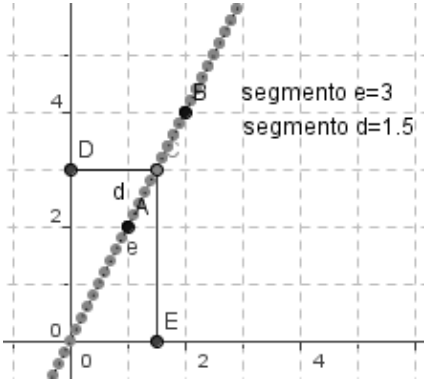


Disegnare un triangolo ABC a piacere e tracciare gli assi dei lati AB e BC (**Icona4> Asse di un segmento**) trovando il loro punto intersezione D. Con **Icona6> Circonferenza di dato centro**, tracciare la circonferenza di centro D e passante per A. Nascondere i due assi. Con **Icona4> Bisettrice**, determinare la bisettrice degli angoli in A e in B (cliccare sul segmento c e poi su b) e dell'angolo in B (cliccare sul segmento c e poi a) individuando la loro intersezione E. Da E tracciare la perpendicolare ad un lato individuando l'intersezione F. Tracciare la circonferenza di centro E passante per F; nascondere le bisettrici. Provare a spostare uno dei punti A, B o C: cosa accade alle due circonferenze?

Impostare per k un intervallo da -4 a 4 con incremento di 0,05
Nella **Finestra Algebra** impostare i punti P e Q su **Traccia on**, cliccare su k=1 e muovere i punti col + e – della testiera.

LUOGHI GEOMETRICI

[Esercizio 159] La retta



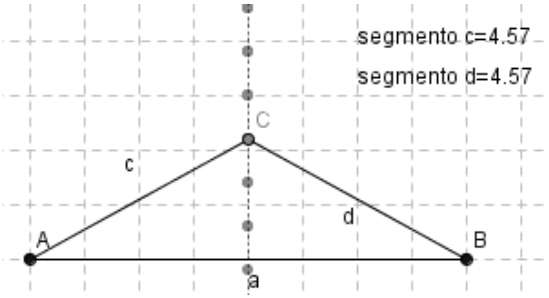
Disegnare sugli assi i punti A(1,2) e B(2,4) e tracciare la retta passante per due punti digitando nella riga di inserimento `Retta [A,B]`. Cliccare sulla retta col tasto destro, scegliere **Proprietà> Stile tratto> Tratteggiato**. Prendere sulla retta un punto C e tracciare le perpendicolari agli assi cartesiani, individuando le intersezioni D ed E. Ripassare i segmenti CD e CE (colorarlo di rosso) e nascondere le rette. Con lo strumento **Testo** digitare "Segmento d=" +d e "Segmento e=" +e. Cliccare col tasto destro sul punto C nella **Finestra Algebra** e scegliere **Traccia on**, poi cliccarci di nuovo col tasto sinistro per selezionarlo e agire sul + e – per spostare C. Come è il segmento CE rispetto a CD? Quale luogo è stato disegnato?

[Esercizio 160]

Disegnando prima su carta quadrettata, tracciare il luogo dei punti la cui ordinata è tripla dell'ascissa e il luogo dei punti la cui ordinata è quadrupla dell'ascissa.

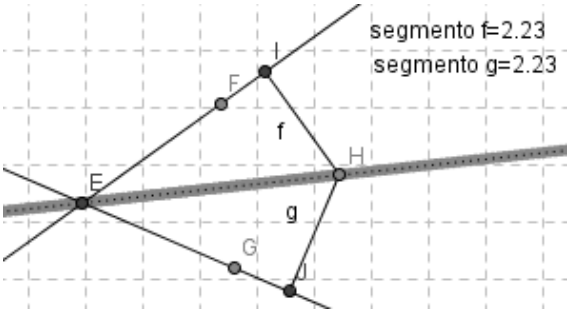
[Esercizio 161] Asse del segmento

Disegnare sugli assi un segmento AB orizzontale poi nella riga di Inserimento digitare `Assesegmento[A,B]`.
Tratteggiare l'asse e prendere su di esso un punto C, tracciando i segmenti AC e



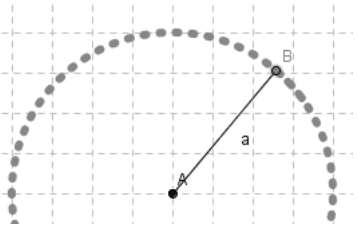
BC. Digitare con lo strumento **Testo** "Segmento c=" +c e "Segmento d=" +d. Cliccare col tasto destro su C nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia on**. Selezionarlo di nuovo e muovere il punto C per mezzo dei tasti + e -. Come rimangono i segmenti AC e BC?

[Esercizio 162] Bisettrice di un angolo



Disegnare due rette passanti per A e B e per C e D e individuare la loro intersezione E. Prendere quindi su ciascuna retta i punti F e G e tracciare la bisettrice digitando nella riga di inserimento `Bisettrice[F,E,G]`. Tratteggiarla, prendere su di essa un punto H e disegnare le rette perpendicolari ai lati dell'angolo uscenti da H. Determinare i punti di incontro I e J e ripassare i segmenti HI e HJ, nascondendo le rette. Digitare quindi nella riga di Inserimento "Segmento f="+f e "Segmento g="+g. Tracciare H, selezionarlo e spostarlo con i tasti + e -. Come risultano HI e HJ?

[Esercizio 163] Circonferenza

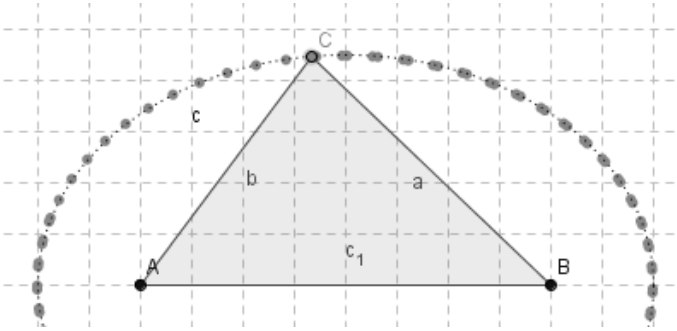


Prendere un punto A a piacere poi scegliere **Icona3> Segmento di data lunghezza da un punto** e nella finestra che si apre digitare il valore 5. Cliccare sul punto B col tasto destro e scegliere **Traccia on**, poi selezionarlo e muoverlo con i tasti + e -.

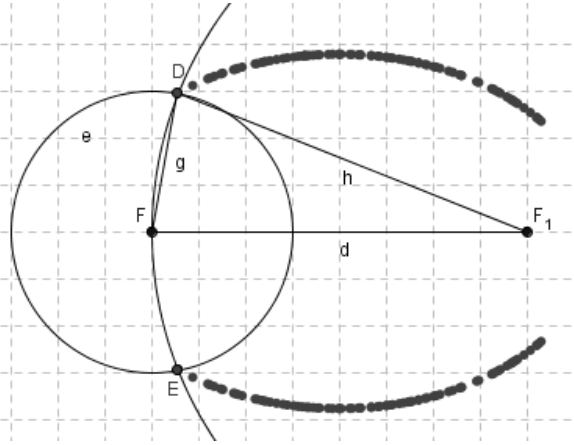
[Esercizio 164] Ellisse

Disegnare il segmento orizzontale AB lungo 5 quadretti e nella **barra Inserimento** digitare: `Ellisse[A,B,a]`.
Dove *a* rappresenta la distanza tra i due fuochi. Prendere sull'ellisse un punto C a piacere e disegnare i segmenti AC e CB, tratteggiare l'ellisse, poi cliccare su C e scegliere **Traccia on**, selezionarlo e spostarlo usando i tasti + e - . Con lo strumento **Testo** scrivere "Segmento b=" +b "Segmento d=" +d "Somma segmenti d e b=" +(d + b). Cosa accade alle misure dei segmenti?

Ripetere l'esercizio usando AB= 4

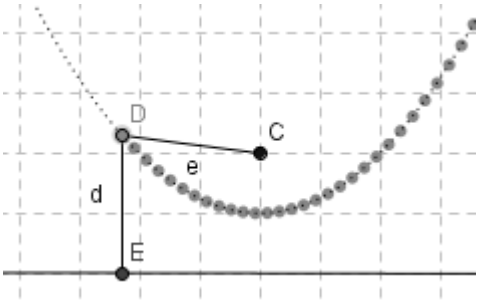


[Esercizio 165] Disegno dell'ellisse (metodo del giardiniere)



Disegnare un segmento AB orizzontale di 11 quadretti prendere su di esso il punto C. Tracciare i segmenti AC (b) e CB (c). Tracciare un segmento orizzontale lungo 8 quadretti cliccare su D e su E col tasto destro e scegliere Rinomina mettendo le lettere F ed F_1 (digitare F_1) cliccando poi su **Applica**. Con lo strumento **Icona6> Circonferenza dati centro e raggio**, cliccare in F e digitare b nella finestra che si apre, poi cliccare su F_1 e digitare c nella finestra che si apre. Individuare le intersezioni D ed E tra le due circonferenze, cliccare su D col tasto destro e scegliere **Traccia on**, ripetere con E. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Proprietà> Incremento> 0,01** cliccando infine su **Applica**. Selezionare il punto C sul segmento AB e spostarlo dai tasti + e – della tastiera. Tracciare i segmenti DF (g) e DF_1 (h) e con lo strumento **Testo** calcolare la misura di ciascuno e la loro somma. Cosa si può dedurre?

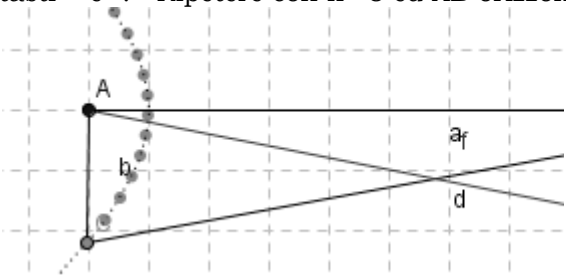
[Esercizio 166] Parabola



Disegnare una retta passante per due punti A e B orizzontale e prendere al di sopra di essa il punto C. Nella riga di inserimento digitare `Parabola [C,a]` poi tratteggiarla e prendere sulla stessa un punto D, tracciando per esso la perpendicolare alla retta AB, individuando l'intersezione E. Ripassare DE con lo strumento segmento e cancellare la retta. Tracciare il segmento DC. Con lo strumento **Testo** scrivere "Segmento e=" +e "Segmento d=" +d. Cliccare col tasto destro su D e scegliere **Traccia on**, selezionarlo e spostarlo con i tasti + e -. Cosa accade ai segmenti e, d? Ripetere con un'altra retta AB ed un altro punto C.

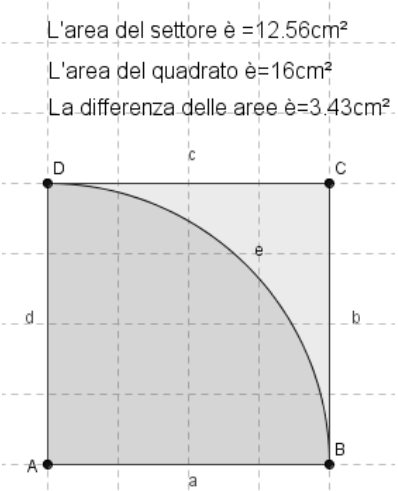
[Esercizio 167] Iperbole

Disegnare il segmento orizzontale AB lungo 12 quadretti. Inserire nella riga di inserimento: k=5 `Iperbole [A,B,k]`
Tratteggiare la curva e sul ramo sinistro dell'iperbole prendere il punto C e tracciare i segmenti AC e CB, Ripetere prendendo un punto D sul ramo destro e tracciare i segmenti DA e DB, colorandoli di rosso. Cliccare su C e scegliere **Traccia on**, ripetere con D. Selezionare C e D nella **finestra algebra** (tenendo premuto CTRL) e spostarli usando i tasti + e -. Ripetere con k= 8 ed AB orizzontale e lungo 20.



[Esercizio 168] Aree particolari

Dato il quadrato di vertici A(2,2) B(6,2) C(6,6) D(2,6) disegnare il settore circolare di centro A ed estremi B e D.
Calcolare l'area differenza tra il quadrato ed il settore (usare π per calcolare l'area



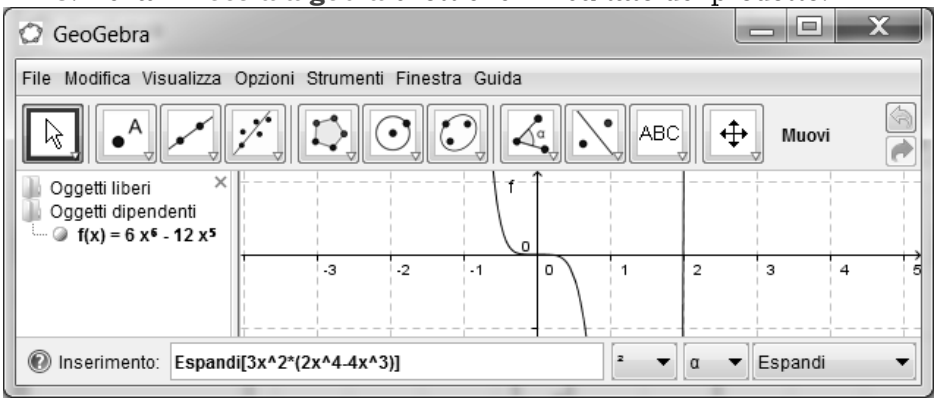
ESERCIZI PER LA PRIMA SUPERIORE

Operazioni con i polinomi

Sviluppo di operazioni tra polinomi

[Esercizio 175] Prodotto tra un monomio ed un polinomio

Occorre usare la sola variabile x e il comando **Espandi**.
Nella **Barra di Inserimento** selezionare il comando **Espandi**, digitare nelle parentesi quadre il testo `3x^2*(2x^4-4x^3)` e premere il tasto **Invio**. Nella **Finestra algebra** si ottiene il risultato del prodotto:



[Esercizio 176] Calcolare lo sviluppo dei seguenti prodotti tra polinomi:

a. $\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)$
b. $(x-3)(x+6)$
c. $(x-3)(x+3)$
d. $(3x^2-2x+3)(2x-4)$

[Esercizio 177] Calcolare lo sviluppo dei seguenti prodotti notevoli:

a. Quadrato del binomio `(2x-3)^2`
b. Quadrato del trinomio `(2x^2-3x+4)^2`
c. Cubo del binomio `(3x-1)^3`

[Esercizio 178] Sviluppare le seguenti espressioni:

a. $(x+1)^2 - (x-1)^2$
b. $(x + 1)^2 - (x + 1)(x - 2)$
c. $(x + 1)^3 - (x + 1)(x^2 - x - 2)$
d. $(x^2 – 3x +2)^2 - (x^2 – 5x +6)^2$

[Esercizio 179] Calcolare lo sviluppo delle seguenti potenze di binomio:

a. $(2x+1)^2$
b. $(2x+1)^3$
c. $(2x+1)^4$
d. $(2x+1)^5$

[Esercizio 180] Calcolare il risultato delle seguenti divisioni:

a. $(x^2–5x+6):(x-2)$
b. $(x^3+2x-3):(x-1)$
c. $(x^3+2x^2+x-1):(x+1)$
d. $(x^2+x-6):(x+3)$

Nota: effettuare solo divisioni con resto zero.

Scomposizione di un polinomio in fattori

[Esercizio 181] Scomporre in fattori

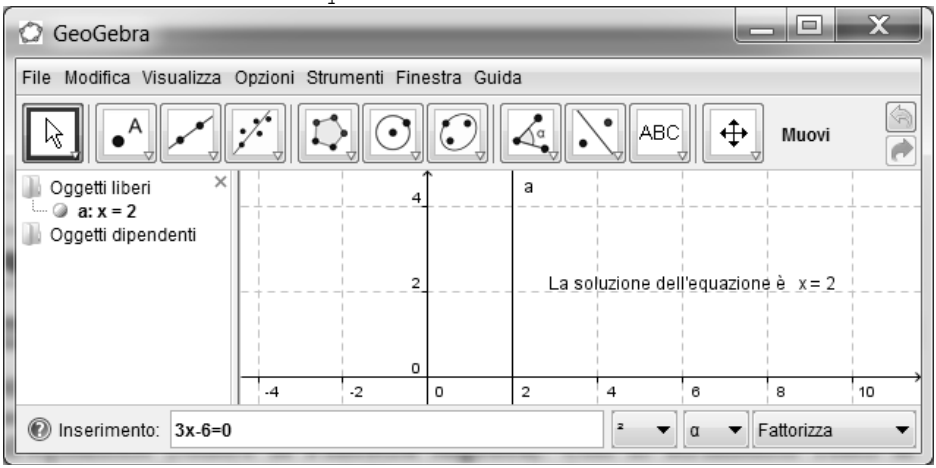
Scomporre, usando il comando `Fattorizza[]`, i seguenti polinomi:

a. `Fattorizza[4*x^2-4*x]`
b. $4x^4 - 8x^3$
c. $4x^2 - 9$
d. $x^2 - 100$
e. $27x^3 - 8$
f. $x^3 - 64$
g. $2x^3 - 4x^2 + 8x$
h. $x^2 - 5x + 6$
i. $x^2 - 4x + 3$
j. $x^2 - 4x + 4$
k. $x^2 + 10x + 25$
l. $x^3 + 2x^2 + x + 2$
m. $(x+2)^2 - 9$

Equazioni di primo grado e retta

[Esercizio 182] Risolvere un'equazione

Digitare nella **Riga di Inserimento** `3x-6=0` e premere **Invio**.
Viene tracciata la retta x=2 che rappresenta la soluzione dell'equazione (vedere la **Finestra Algebra**). Con lo strumento **Testo** si può scrivere: `"La soluzione dell'equazione è =" +a`



[Esercizio 183] Risolvere le seguenti equazioni:

a. $5x - 6 = 2x + 3$
b. $(x+1)^2 - x^2 = 11$
c. $(x-1)^2 - x^2 = 3$
d. $(x-3)^2 - x^2 = 15$
e. $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4$
f. $x^2+x=6$

Disegno della retta con il Foglio di calcolo

[Esercizio 184] Retta y = m x + q

Scegliere **Visualizza> Vista foglio di calcolo** e inserire in A1 → m, in A2 → q, in B1→ 2 e in B2 → 3.
Digitare nella riga di inserimento `m=B1` premere **Invio**; `q=B2` premere **Invio**; `y=m*x+q` premere **Invio**.
Provare a cambiare i valori nella colonna B nel foglio di calcolo.

Sistemi di equazioni di primo grado

[Esercizio 185] Rette a x + b y + c = 0 e a' x + b' y + c' = 0

	A	B	C
1	**a**	**1**	
2	**b**	**2**	
3	**c**	**3**	
4	**a'**	**4**	
5	**b'**	**5**	
6	**c'**	**6**	

Cliccare su **Visualizza> Vista foglio calcolo**. Inserire nella colonna A: a, b, c, a', b', c' e nella colonna B: 1, 2, 3, 4, 5 ,6. Digitare nella riga di inserimento, premendo **Invio** dopo ogni digitazione: `a=B1`, `b=B2`, `c=B3`, `a'= B4`, `b'= B5` e `c'=B6`. Digitare quindi `a*x + b*y + c = 0` e `a'*x + b'*y + c' = 0`.

Si ottengono le rette d ed e. Colorare la prima di rosso, **Stile> Spessore linea> 5** e la seconda di blu con **Stile> Spessore linea> 5, Stile tratto> Tratteggiato**. Digitare quindi `Intersezione [d,e]` per individuare l'intersezione delle rette precedenti. Con lo strumento **Testo** digitare

1. `"La soluzione del sistema è =" +A` con carattere a 16 punti.

Con lo stesso strumento digitare:

2. `"Il sistema è Determinato"` poi cliccare su Chiudi. Cliccare sulla scritta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Testo> a 16 punti**, **Colore> rosso**, e in **Avanzate> Condizioni per mostrare l'oggetto** scrivere: `a/a' ≠ b/b'`

3. `"Il sistema è Indeterminato"` poi cliccare su Chiudi. Cliccare sulla scritta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Testo> a 16 punti**, **Colore> blu e in Avanzate> Condizioni per mostrare l'oggetto** scrivere: `a/a' ≟ b/b' ∧ a/a' ≟ c/c'` (Nota: attenzione al segno di uguale!)

4. `"Il sistema è Impossibile"` poi cliccare su Chiudi. Cliccare sulla scritta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Testo> a 16 punti**, **Colore> verde** e in **Avanzate> Condizioni per mostrare l'oggetto** scrivere: `a/a' ≟ b/b' ∧ a/a' ≠ c/c'`.

Posizionare le tre scritte in (2,4) **Proprietà> Posizione**.

Provare quindi a cambiare i valori nel foglio di calcolo.

Equazioni di secondo grado - Parabola

[Esercizio 186] Trovare gli zeri della parabola $y = ax^2 + bx + c$

Digitare nella riga di inserimento `a=1`, `b=1` e `c=1` premendo ogni volta **Invio**. Digitare quindi `y = a*x² + b*x + c`, premere **Invio**.
Con i valori a, b e c realizzare 3 slider quindi con lo strumento **Testo** digitare: `"Una soluzione dell'equazione è="+(-(b)+sqrt(b²-4*a*c)/2*a)` e nelle **Avanzate** scrivere `b²- 4*a*c ≥ 0`.
Con lo strumento **Testo** digitare: `"L'altra soluzione dell'equazione è = "+(-b-sqrt(b²-4*a*c)/2*a)` e nelle **Avanzate** scrivere `b² - 4* a* c ≥ 0`.
Con lo strumento **Testo** digitare: `"L'equazione non ha soluzioni reali"` e nelle **Proprietà> Avanzate** scrivere `b²-4*a*c ≤ 0`. Provare quindi a spostare gli slider.

Sistemi di equazioni di secondo grado

[Esercizio 187] Intersezione fra retta e parabola

Digitare nella riga di inserimento `y=x+1 e y=x^2-2x-3` premendo ogni volta **Invio**.
Digitare quindi Intersezione[a,c] per individuare i punti A e B che rappresentano le soluzioni del sistema. Con lo strumento **Testo** digitare: `"Una soluzione del sistema è=" +A` e poi `"L'altra soluzione del sistema è=" +B`

[Esercizio 188] Intersezione retta-parabola

Trovare il punto d'incontro tra retta e parabola nei seguenti casi:

a. $y = 2x - 4$ e $y = -x^2 + 6x - 8$

In questo caso si hanno due punti di intersezione coincidenti A e B in quanto la retta è tangente.

b. $y = x - 1$ e $y = x^2 - 2x + 1$

c. $y = -x + 1$ e $y = -x^2 + 4x - 3$

d. $y = 5x - 7$ e $y = x^2 - x - 2$

e. $y = x+1$ e $y = -x^2 + 6x - 8$

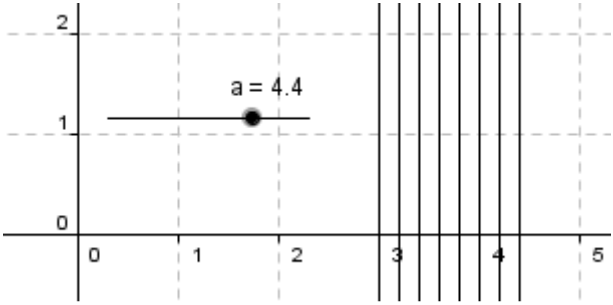
f. $y = x + 1$ e $y = x^2 + x + 3$

Svolgendo gli esercizi *e* ed *f*, nella **Finestra algebra** compare `"A non definito"` perché non c'è intersezione tra la retta e la parabola.

Disequazioni di primo grado

[Esercizio 189] Risoluzione grafica

Digitare nella riga di inserimento `a=1, x=a` e premere **Invio**. Con a = 1 realizzare uno slider con intervallo da -8 a 8, incremento 1 e portare il valore a 10. Cliccare quindi col tasto destro sulla retta b e nelle **Proprietà> Avanzate** digitare `a>3`, scegliere quindi **Traccia attiva** ed agire sullo slider.



[Esercizio 190] Risolvere graficamente le seguenti disequazioni:

a. $x - 3 \leq 0$

b. $5x - 3 \geq 0$

c. $y - 2 \geq 0$

[Esercizio 191] Risolvere un sistema di disequazioni di primo grado

Risoluzione grafica del sistema di equazioni $x \geq 3$ e $y \leq 2$.
Nella riga di inserimento `a=1, x=a, y=a` e premere **Invio**. Con a = 1 realizzare uno slider con intervallo da -10 a 10. Cliccare quindi col tasto destro sulla retta b e scegliere **Traccia attiva**, ripetendo per la retta a. Cliccare di nuovo col tasto destro sulla retta a e scegliere **Proprietà> Avanzate** digitare `a>3` colore blu, e fare altrettanto con la retta c e nelle **Proprietà> Avanzate** digitare `a<2` colore rosso. Agire sullo slider.

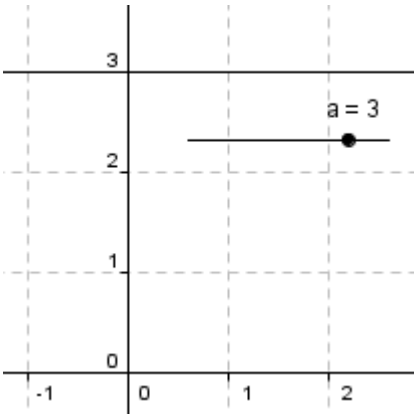
[Esercizio 192]

Risolvere graficamente il sistema di disequazioni $x \geq -1$ e $y \leq 4$

ESERCIZI PER LA SECONDA SUPERIORE

Geometria analitica

[Esercizio 213] Retta parallela all'asse x



Nella riga di inserimento digitare `a=1` e premere **Invio**; digitare `y=a` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro su a=1 nella **Finestra algebra** e scegliere **Mostra oggetto** (slider). Cliccare col tasto destro sullo slider e scegliere **Proprietà> Slider> Incremento 1, Intervallo da -3 a 3.** Con lo strumento **Testo** scrivere: `Equazione dell'asse delle ascisse y=0`.
Portare la scritta sopra all'asse delle ascisse poi aumentare il carattere a 16 punti, tasto destro sulla scritta **Proprietà> Testo> 16 punti**, scegliere poi nella stessa finestra **Avanzate** e nella riga **Condizione** per mostrare l'oggetto, digitare `a≟0` (attenzione al simbolo di uguale). Cliccare infine sullo slider e spostarlo.

[Esercizio 214] Disegnare una retta parallela all'asse y

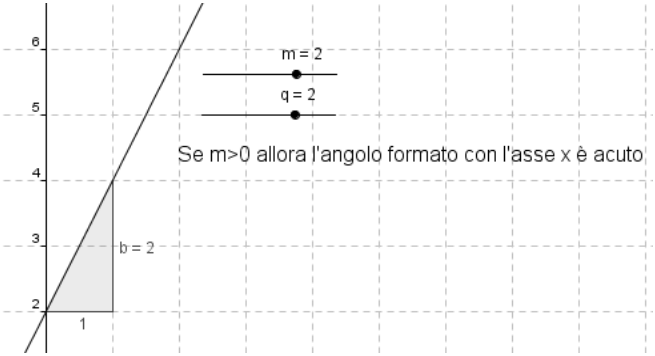
Nella riga di inserimento digitare `a=1` e premere **Invio**; digitare `x=a` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro su a=1 nella **Finestra algebra** e scegliere **Mostra oggetto** (slider). Cliccare col tasto destro sullo slider e scegliere **Proprietà> Slider> Incremento 1, Intervallo da -5 a 5**. Con lo strumento **Testo** scrivere: `Equazione dell'asse delle ordinate x = 0`. Portare la scritta vicino all'asse delle ordinate poi aumentare il carattere a 16 punti, tasto destro sulla scritta **Proprietà> Testo> 16 punti**, scegliere poi nella stessa finestra **Avanzate** e nella riga **Condizione** per mostrare l'oggetto, digitare `a≟0`.
Cliccare infine sullo slider e spostarlo.

[Esercizio 215] Disegnare un retta che passa dall'origine

Nella **Riga di Inserimento** digitare `m=1` e premere **Invio**; digitare `y=m*x` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro su a = 1 nella **Finestra algebra** e scegliere **Mostra oggetto** (slider). Cliccare col tasto destro sullo slider e scegliere **Proprietà> Slider> Incremento 1, Intervallo da -5 a 5**. Cliccare infine col tasto destro sullo slider e scegliere **Animazione attiva**.
Cosa accade al variare di m? Da quale punto passano tutte le rette?

[Esercizio 216] Disegnare un retta generica y=mx+q

Nella **Riga di Inserimento** digitare `m=1` e premere **Invio**, digitare `q=1` e premere **Invio**, digitare `y=m*x+q` e premere **Invio** (viene disegnata la retta a). Digitare quindi Pendenza [a] e premere **Invio**. Con m = 1 e q = 1 fare due slider con Incremento 1 e Intervallo da -5 a +5. Con lo strumento **Testo** digitare: `Se m = 0 allora la retta è parallela all'asse delle x`. Cliccare quindi sulla scritta ottenuta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Avanzate> Condizione per mostrare l'oggetto** digitare: `Se m≟0`. Aumentare il testo a 16 punti e posizionarlo in (8,5) scegliendo **Posizione> Punto iniziale**. Con lo strumento **Testo** digitare: `Se m>0 allora la retta forma con l'asse delle x un angolo acuto`. Cliccare quindi sulla scritta ottenuta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Avanzate> Condizione per mostrare l'oggetto** digitare: `Se m > 0`. Aumentare il testo a 16 punti e posizionarlo in (8,5). Con lo strumento **Icona10> Inserisci testo** digitare: `Se m < 0 allora la retta forma con l'asse delle x un angolo ottuso`. Cliccare quindi sulla scritta ottenuta col tasto destro e scegliere **Proprietà> Avanzate> Condizione per mostrare l'oggetto** digitare: `m<0`. Aumentare il testo a 16 punti e posizionarlo in (8, 5). Portare lo slider q a valore 2, poi cliccare col tasto



destro sullo slider m = 1 e scegliere **Animazione attiva**. (nota: nella riga di inserimento dopo ogni digitazione premere **Invio**)

[Esercizio 217] Disegnare una retta per due punti dati

Nella riga di inserimento, digitare `A=(1,3) B=(3,7) Retta [A, B].` Cosa si ottiene? Il punto C=(2, 5) appartiene alla retta? Digitare nella riga di inserimento `C=(2,5)` e verificare con lo strumento **Icona10> Relazione** tra due oggetti, cliccando sul punto C e sulla retta a.
Usando lo stesso procedimento disegnare la retta passante per A=(2,2) e B(3,5) e per A=(-1,3) e B=(3,6). Provare l'appartenenza dei punti C=(4,8) e D=(5,8) sulla prima e C=(7,9) e D (8,10) sulla seconda.

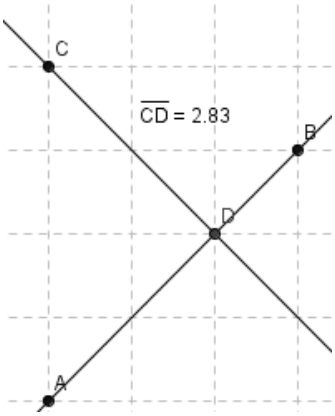
[Esercizio 218] Retta parallela e retta perpendicolare

Nella riga di inserimento digitare `A=(1,2)` e `B=(4,5)`. Digitare `Retta[A,B]` e premere **Invio** e `C=(2,7)` e premere **Invio**. Per tracciare la parallela alla retta AB (o retta a) passante per C, digitare `Retta [C,a]`, per tracciare la perpendicolare ancora condotta da C, digitare `Perpendicolare[C,a]`.

[Esercizio 219]

Tracciare parallela e perpendicolare alla retta AB condotte dal punto C:
a. A = (1,1) B = (4,4) e C =(2,7) b. A = (-1,1) B = (6,3) e C =(4,6)

[Esercizio 220] Intersezione tra una retta e la sua perpendicolare

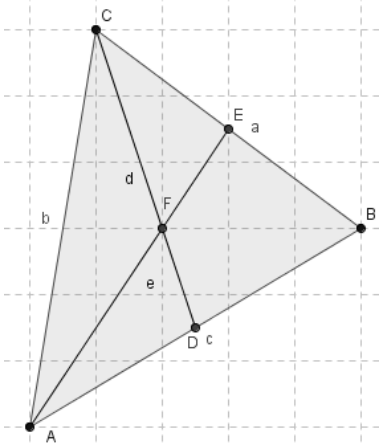


Nella riga di inserimento digitare `A=(1,1), B=(4,4), Retta[A,B], C=(1,5).`
Tracciare la perpendicolare condotta da C alla retta AB, poi digitare `Intersezione [a,b]` per determinare il punto D di intersezione tra le due rette. Con lo strumento **Icona9> distanza o lunghezza**, cliccare sul punto C e poi su D.
Con lo strumento **Muovi** spostare il punto C.

[Esercizio 221]

Ripetere usando i punti A=(2,1) B=(5,7) e C=(2,6)

[Esercizio 222] Individuazione del baricentro, incontro delle mediane



Nella riga di inserimento digitare `A=(1,1) , B=(6,4), C=(2,7), Poligono[A,B,C], Puntomedio [A,B]` e premere **Invio**. Viene individuato il punto D nella metà del lato AB. Digitare segmento [C,D] per tracciare la mediana CD. Ripetere determinando il punto medio del lato CB (E) e tracciare la mediana EA. Digitare quindi Intersezione [e,d] per individuare il baricentro F. Spostare il punto C con **Icona1> Muovi** e osservare cosa accade al baricentro.
Ripetere usando i punti:
A =(-1,1) B =(6,4) C = (2, 6)
A =(-2,3) B =(8,2) C = (5, 7)
Con lo strumento **Testo** digitare: `"Il baricentro ha coordinate = " + x(F) + " /" + y(F)`

[Esercizio 223] Individuazione del circocentro, incontro degli assi

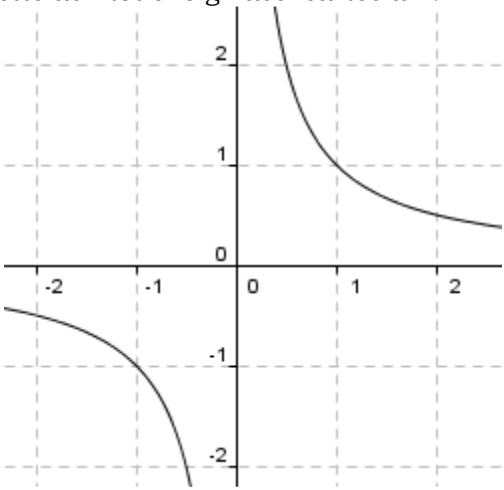
Nella riga di inserimento digitare `A=(1,2) B=(5,4) C=(2,7) poligono [A, B, C], Assesegmento[A,B]` e premere **Invio**; ripetere tracciando l'asse del segmento BC. Digitare `intersezione[e,d]` (individuando il punto d'incontro degli assi D), `Circonferenza[D,A]`, `angolo[C,B,A]` e premere **Invio**, poi con lo strumento **Icona1> Muovi** spostare il punto A osservando che il circocentro rimane all'interno della figura finché il triangolo è acutangolo, si posiziona sul lato AC (ipotenusa) quando il triangolo è rettangolo, ed è esterno quando il triangolo è ottusangolo.
Con lo strumento **Testo** digitare:
`"Il circocentro ha coordinate = " + x(D) + " /" + y(D)`

ESERCIZI PER LA TERZA SUPERIORE

Iperbole

[Esercizio 262] Disegno dell'iperbole

Digitare nella **Riga di Inserimento** `y=1/x`. Possiamo osservare che la curva ha come rette asintotiche gli assi cartesiani.



[Esercizio 263] Y=k/x

Usando lo stesso procedimento disegnare le seguenti iperboli. Cosa si può osservare relativamente al segno di k? Scrivere le osservazioni usando lo strumento **Testo**.

a. $y = \frac{2}{x}$

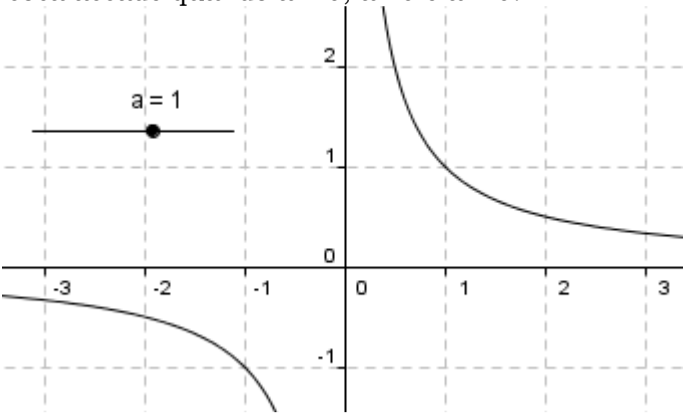
b. $y = \frac{4}{x}$

c. $y = -\frac{2}{x}$

d. $y = -\frac{8}{x}$

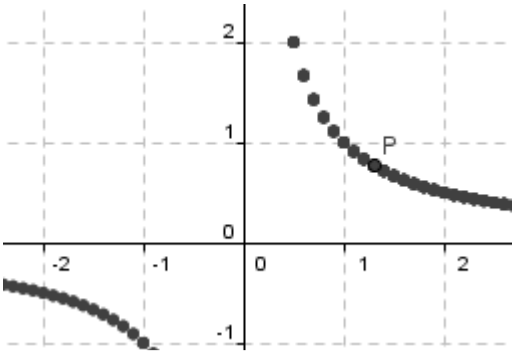
[Esercizio 264] Disegno dell'iperbole usando lo slider

Digitare nella riga di inserimento `a=1 e y=a/x` premendo **Invio** dopo ogni digitazione. Cliccare su a col tasto destro nella **Finestra algebra** e realizzare uno slider con incremento 1. Agire quindi sullo slider e osservare cosa accade quando a > 0, a =0 e a < 0.



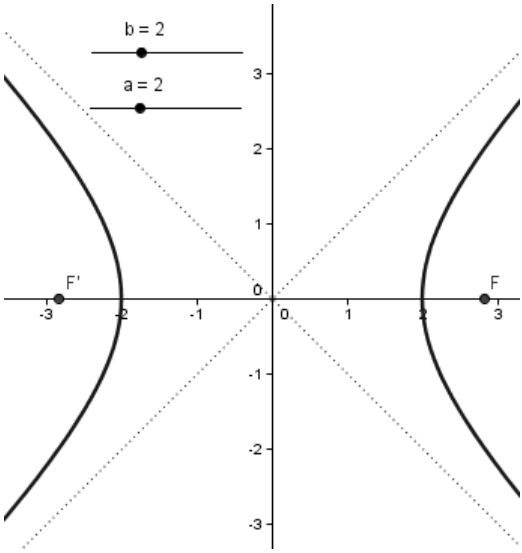
[Esercizio 265] Animazione dell'iperbole

Nella riga di inserimento digitare a = 1 e premere **Invio**. Digitare `P=(a,1/a)` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro sul punto P nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia attiva**. Cliccare col tasto destro su a = 1 e scegliere **Mostra oggetto**. Sullo slider che si forma cliccarci col tasto destro e scegliere **Proprietà> Slider** e regolare l'intervallo da -1 a 5, poi cliccare su **Chiudi**. Cliccare infine col tasto destro sullo slider e scegliere **Animazione attiva**.



[Esercizio 266] Iperbole con fuochi sull'asse x

Digitare nella **Barra di Inserimento**:
`a = 1`
`b = 1`
$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$
Rinominare la conica con z poi digitare ancora Asintoto[z] e premere **Invio**. Tratteggiare gli asintoti ottenuti (**Proprietà> Stile> Stile tratto**). Digitare `k=1 , F=(k,0), F'=(-k,0)`. Con a = 1 e b= 1 realizzare due slider con intervallo da 1 a 4 , poi agire sugli slider stessi.

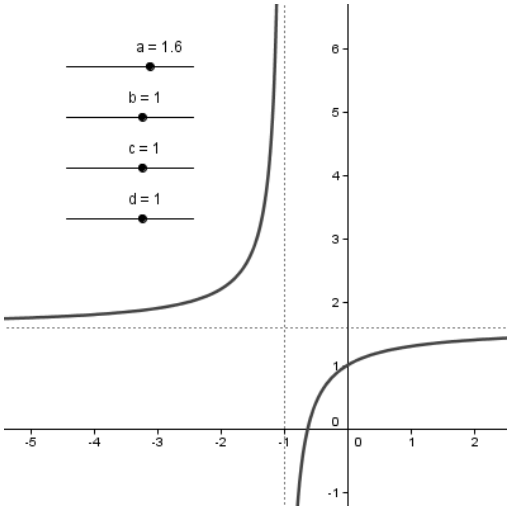


[Esercizio 267] Iperbole con fuochi sull'asse y

Ripetere la costruzione precedente ricordando di digitare nella riga di inserimento `x^2/a^2-y^2/b^2=-1`.

[Esercizio 268] Disegno dell'iperbole equilatera traslata

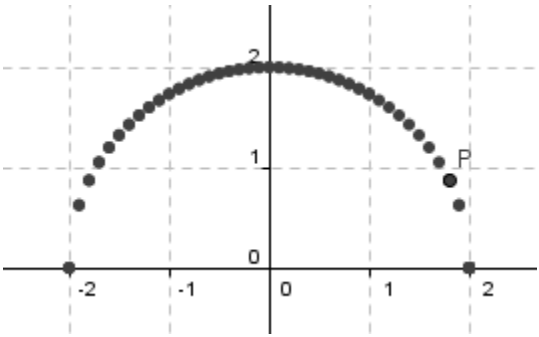
Digitare nella riga di inserimento `a=1, b=1, c=1, d=1, y=(a*x+b)/(c*x+d), x=-d/c, y=a/c`. Realizzare gli slider con i valori a, b, c e d, portare a al valore 2, tratteggiare gli asintoti. Colorare la curva di rosso, spessore linea 5. Provare a spostare i vari slider.



Circonferenza

[Esercizio 269] Disegno della circonferenza

Possiamo disegnare una circonferenza digitando nella riga di inserimento
$x^2 + y^2 = 25$
K: $x^2 + y^2 = 25$
Provare entrambi i metodi sulle circonferenze $x^2 + y^2 = 4$ / $x^2 + y^2 = 3$ / $x^2 + y^2 = 5$



[Esercizio 270] Disegno della circonferenza con slider ($x^2 + y^2 = 4$)

Nella riga di inserimento digitare `a=1, P=(a, sqrt(4-a^2))` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro sul punto P nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia attiva**. Cliccare col tasto destro su a = 1 e scegliere **Mostra oggetto**.

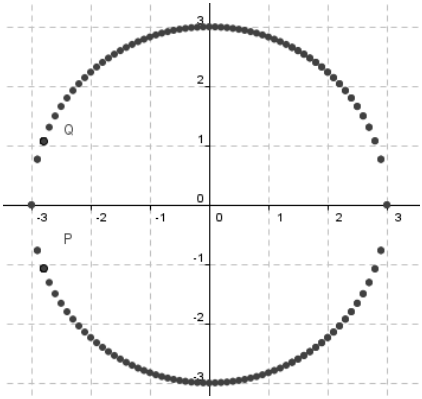
Sullo slider che si forma cliccarci col tasto destro e scegliere **Proprietà> Slider** e regolare l'intervallo da -2 a 2, poi cliccare su Chiudi. Agire sullo slider.
Per disegnare la parte di circonferenza situata nel semiasse y < 0 digitare nella riga di inserimento `Q=(a,-sqrt(4-a^2))`

[Esercizio 271] Disegnare le seguenti circonferenze (complete):

a. $x^2 + y^2 = 1$
b. $x^2 + y^2 = 9$
c. $x^2 + y^2 = 10$
d. $x^2 + y^2 = 25$
e. $x^2 + y^2 = 36$

Nota: l'intervallo vien fuori dal calcolo del dominio della funzione

[Esercizio 272] Animazione della Circonferenza



Nella riga di inserimento digitare `a=1, P=(a,sqrt(9- a2), Q=(a,-sqrt(9-a^2)` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro sul punto P e poi su Q e nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia attiva**. Cliccare col tasto destro su a = 1 e scegliere **Mostra oggetto**. Sullo slider che si forma cliccarci col tasto destro e scegliere **Proprietà> Slider** e regolare l'intervallo da -3 a 3, poi cliccare su Chiudi. Cliccare infine col tasto destro sullo slider e scegliere **Animazione attiva**.

[Esercizio 273] Animare le seguenti circonferenze

a. $x^2 + y^2 = 1$
b. $x^2 + y^2 = 2$
c. $x^2 + y^2 = 3$
d. $x^2 + y^2 = 4$

[Esercizio 274] Circonferenze variabili

Nella riga di inserimento digitare `a=1, b=1, c=1, x^2+y^2+a*x+b*y+c=0` e premere **Invio** dopo ogni digitazione. Con i tre valori a, b e c realizzare tre slider. Con lo strumento **Testo** digitare: `1-"Se il raggio è positivo la circonferenza è reale"` e nelle **Proprietà> Avanzate** scrivere $(a/2)^2 + (b/2)^2 - c > 0$

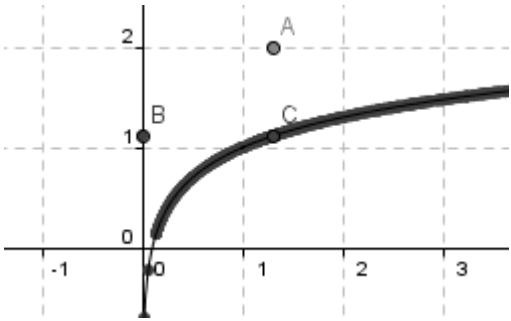
ESERCIZI PER LA QUARTA SUPERIORE

Disegno della funzione logaritmica

[Esercizio 301] y = 1 + lg(x)

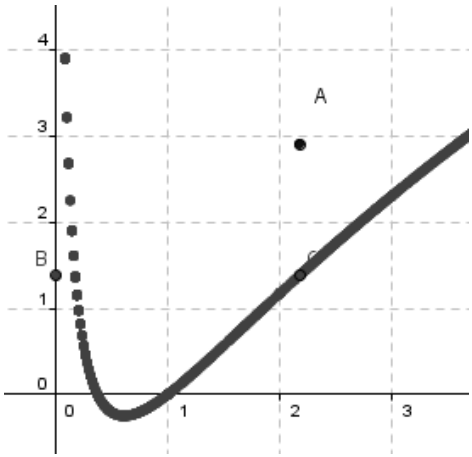
Tracciare la retta passante per A=(-4,2) e B=(9,2). Rinominare la retta a con z ed i punti A e B in T ed S. Prendere il punto A=(1,2), digitare nella riga di inserimento:

`a=(x(A))` **Invio**
`b=1+lg(a)` **Invio**
`B=(0;b)` **Invio**



Tracciare la perpendicolare da A all'asse delle X e da B all'asse delle Y e individuare il punto d'incontro C. Nascondere le tre rette. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Traccia attiva**, poi prendere **Icona4> Luogo**, cliccare in B ed in C. Spostare il punto A per ottenere la curva desiderata

[Esercizio 302] Disegno della funzione logaritmica y = log(x) + log^2(x)



[Esercizio 303] Disegnare le funzioni:

a. $y = \dfrac{\log x}{x-2}$

b. $y = \dfrac{\log^2 x}{x-4}$

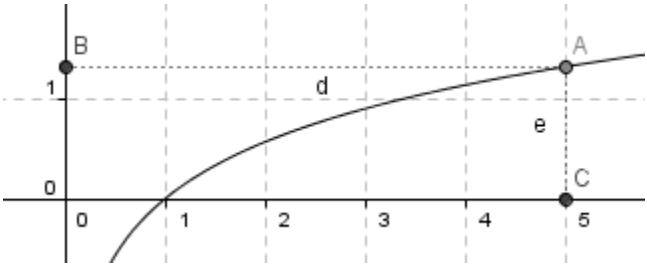
c. $y = \dfrac{2-\log x}{x-2}$

d. $y = \dfrac{1-\log x}{x-1}$

Disegno della funzione logaritmica con animazione

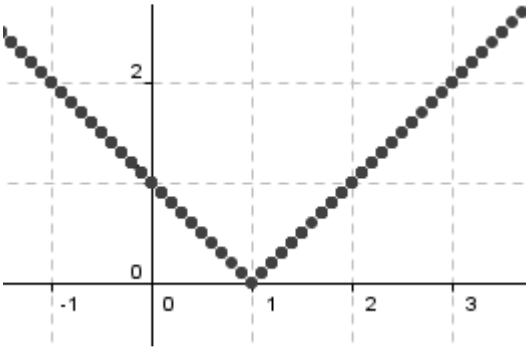
[Esercizio 304]

Nella **Riga di Inserimento** digitare b=2, y = ln(x)/ln(b) e premere **Invio**. Prendere quindi sulla curva un punto A a piacere e da esso tracciare le perpendicolari agli assi cartesiani individuando i punti d'incontro B e C. Tracciare i segmenti AB e AC e dalle proprietà scegliere uno stile tratteggiato. Nascondere le rette perpendicolari e con b = 2 realizzare uno slider con intervallo da 0,1 a 10, agendo poi sullo stesso. Cosa accade quando b>1? E quando invece è compreso tra 0 e 1?



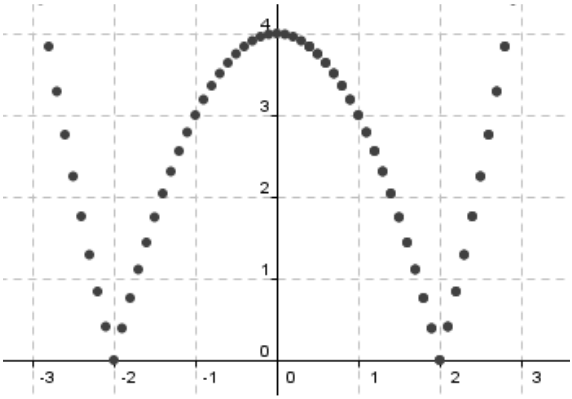
[Esercizio 305] Disegno della funzione valore assoluto y=|x-1|

Nella riga di inserimento digitare `a=1, P=(a,abs(a-1))` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro sul punto P nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia attiva**. Cliccare col tasto destro su a = 1 e scegliere **Mostra oggetto**. Sullo slider che si forma cliccarci col tasto destro e scegliere **Proprietà> Slider** e regolare l'intervallo da -4 a 4, poi cliccare su **Chiudi**. Cliccare ancora col tasto destro sullo slider e scegliere **Animazione attiva** e chiudere.



[Esercizio 306] Disegnare la funzione y=|x^2- 4|

Nella riga di inserimento digitare `a=1, P=(a,abs(a^2-4))` e premere **Invio**. Cliccare col tasto destro sul punto P nella **finestra algebra** e scegliere **Traccia attiva**. Cliccare col tasto destro su a = 1 e scegliere **Mostra oggetto**. Sullo slider che si forma cliccarci col tasto destro e scegliere **Proprietà> Slider** e regolare l'intervallo da -4 a 4, poi cliccare su **Chiudi**. Cliccare ancora col tasto destro sullo slider e scegliere **Animazione attiva** e chiudere.



[Esercizio 307]

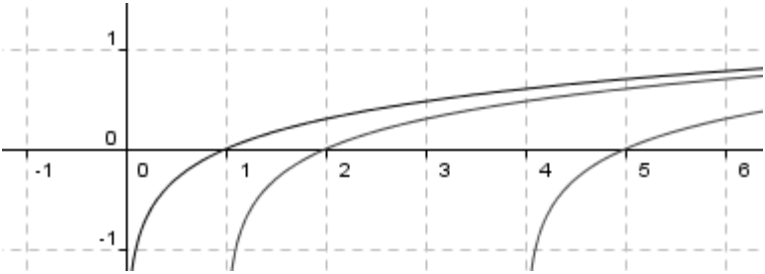
Disegnare le funzioni con valore assoluto: `y=|x^2-3x+2|` `y=|x^2-6x|` `y=|x^2/x-1|`
Nota: nell'ultima funzione digitare `a=2` e `P=(a,abs(a²/(a-1)))`.

Curve deducibili - trasformate

Logaritmo

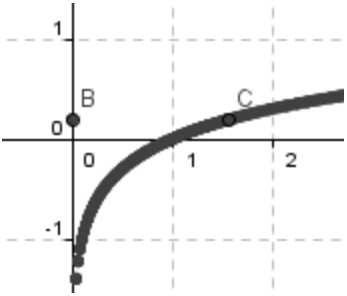
[Esercizio 308]

Digitare nella riga di inserimento `y=lg(x)` e premere **Invio**, `y=lg(x-1)` premere **Invio** e colorare la seconda curva di rosso, `y=lg(x-4)` premere **Invio** e colorare la terza curva di blu. Cosa si può dedurre? Qual è il dominio di ciascuna curva?



Le curve y = lg(x+1) lg(x+2) e lg(x+3) in quali punti incontreranno l'asse delle ascisse?

[Esercizio 309]



Tracciare la retta passante per i punti A=(-4,2) e B=(9,2). Rinominare la retta a con z ed i punti A e B con T ed S. Prendere il punto A=(2,2), digitare nella riga di inserimento:

`a=(x(A))` **Invio**

`b=lg(a)` **Invio**

`B=(0,b)` **Invio**

Tracciare la perpendicolare da A all'asse delle X e da B all'asse delle Y e individuare il punto d'incontro C. Nascondere le tre rette. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Traccia attiva**, poi prendere **Icona4> Luogo**, cliccare in B ed in C. Spostare il punto A per ottenere la curva desiderata.

[Esercizio 310]

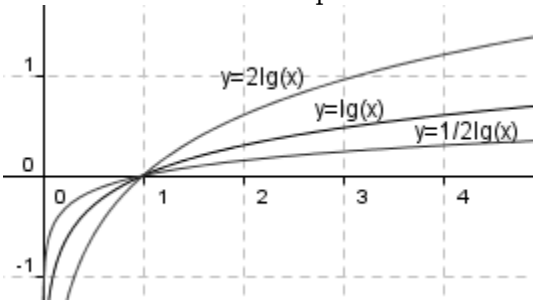
Usando la stessa tecnica disegnare le curve y = lg(x-1) e y = lg(x-4)

[Esercizio 311]

digitare nelle **Riga di Inserimento** a = 1, A = (a, lg(a)) e premere **Invio**, cliccare sul punto A e scegliere **Traccia attiva**. Con a = 1 realizzare uno slider con intervallo da 0 a 4 e scegliere **Animazione attiva**.

[Esercizio 312]

Digitare nella riga di inserimento `y=lg(x)` e premere **Invio**, `y=2lg(x)` e premere **Invio** e `y=1/2lg(x)` e premere **Invio**. Colorare la seconda curva di blu e la terza di rosso. Cosa si può dedurre?



[Esercizio 313]

Usando la tecnica vista precedentemente, disegnare le seguenti curve logaritmiche come luoghi e poi con l'animazione. Cosa si può dedurre?

a. y=3 lg(x) e $y=\frac{1}{3}\lg(x)$

b. y=-2 lg(x) e – $y=-\frac{1}{2}\lg(x)$

c. y=1+ lg(x) e y=2+lg(x)

d. y=1-lg(x) e y=2-lg(x)

e. y=lg|x| digitare `y=lg(abs(x))`

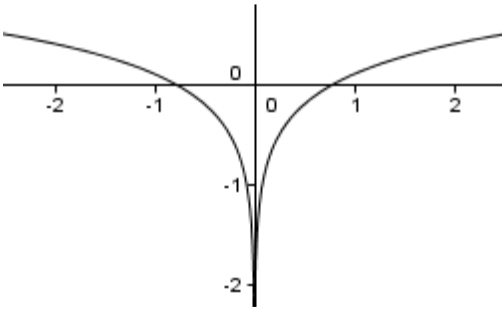
f. y = - lg|x| e y = lg|x – 2|

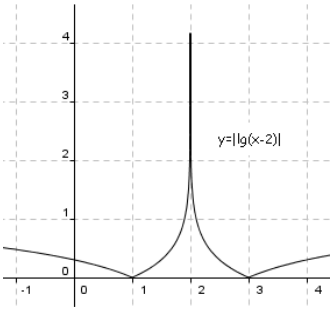
g. y = |lg|x|| digitare `y=abs(abs(x))`

h. y = |lg|x-2|| digitare `y=abs(lg(abs(x-2)))`

i. y = 1+ lg|x| digitare `y=1+abs(lg(x))`

j. y = |1- lg|x|| digitare `y=abs(1-lg(abs(x)))`



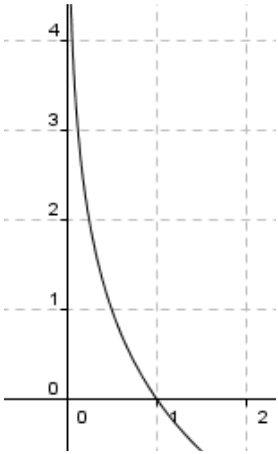


[Esercizio 314] Disegnare con i tre metodi conosciuti:

a. $y = 1 - \lg|x|$ b. $y = |2 - \lg|x||$

[Esercizio 315]

Disegnare la curva $y = \lg_{\frac{1}{2}}(x)$. Ricorda che $\lg_{\frac{1}{2}}(x) = -\lg_2(x)$ digitare y =ld(x)



[Esercizio 316] Disegnare le seguenti curve:

a. $y = \lg^2(x)$ digitare `lg(x)^2`

b. $y = \sqrt{\lg(x)}$ digitare `y=sqrt(lg(x))`

c. $y = \sqrt[3]{\lg(x)}$ digitare `y=cbrt(lg(x))`

[Esercizio 317] Disegnare le seguenti curve, direttamente e come luogo

a. $y = 1/\lg(x)$

b. $y = \lg(x^2 - 2x)$

[Esercizio 318]

Disegnare le seguenti curve direttamente e con animazione

a. $y = \lg(x^2 - 1)$

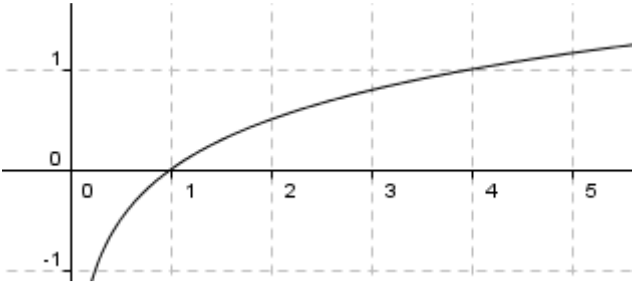
b. $y = \lg(x^2 - 4)$

c. $y = \lg\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

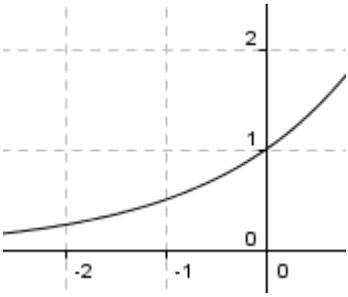
Disegno della funzione y = logx con base qualsiasi

Ricordiamo che $\log_n(x) = \log(x)/\log n$.

[Esercizio 319] Disegnare la funzione $y = \log_4(x)$



[Esercizio 320] Disegnare la curva $y = 2^x$



Disegnare la stessa come luogo e poi con animazione.

[Esercizio 321]

Disegnare le curve usando il metodo diretto e poi il luogo geometrico.

a. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

b. $y = -2^x$

c. $y = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$

d. $y = 2^x - 1$

e. $y = 2^x + 1$

f. $y = 1 - 2^x$

[Esercizio 322]

Disegnare le seguenti curve con metodo diretto, come luogo geometrico e poi con l'animazione. Cosa si può dedurre?

a. $y = |2^x - 1|$
digitare y = abs (2^x-1)

b. $y = |2^x - 3|$ e $y = |2 - 2^x|$

c. $y = 2^{|x|} - 1$
digitare y = 2^abs(x)-1

d. $y = -|2^{|x|} - 1|$
y = -abs(2^abs(x)-1)

Goniometria

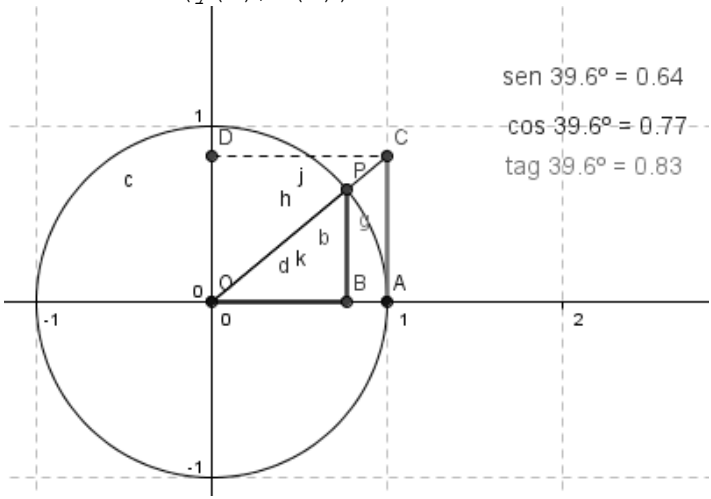
Nota: senx si scrive sin(x), cosx si scrive cos(x), tgx si scrive tan(x).

[Esercizio 323] Valori del seno coseno e tangente

Tasto destro sul foglio di lavoro **Zoom> 200%**. Nella riga di inserimento digitare `O=(0,0)`, `A=(1,0)`, `Circonferenza[O,A]`, α = 1, `P=ruota[A,α*π/180,O]`. Con α=1 realizzare uno slider con Intervallo da 0 a 360 e portarlo al valore 50 (circa). Digitare `Perpendicolare[P,asseX]`, `Intersezione[a,asseX]`, `Segmento [P,B]`, `Segmento[B,O]` e nascondere la retta a. Tracciare la perpendicolare da A all'asse X e disegnare la retta OP individuando l'intersezione C con la perpendicolare precedente. Disegnare i segmenti CA e CO e nascondere le rette. Colorare il segmento OB di blu con **Stile> Spessore linea> 5 punti**, il segmento PB di rosso con **Stile> Spessore linea> 5 punti** ed il segmento AC di verde con **Stile> 5 punti**. Tracciare da C la perpendicolare all'asse Y individuando l'intersezione D, disegnare il segmento DC, tratteggiarlo e nascondere

la retta i. Tracciare il segmento OP (k) e con lo strumento **Testo** digitare:

```
1-"sen "+α+"° = " + (y(P) / k) con colore rosso a 14 punti
2-"cos "+α+"° = " + (x(P)) con colore blu a 14 punti
3-"tag "+α+"° = "+(y(P)/x(P)) con colore verde a 14 punti
```

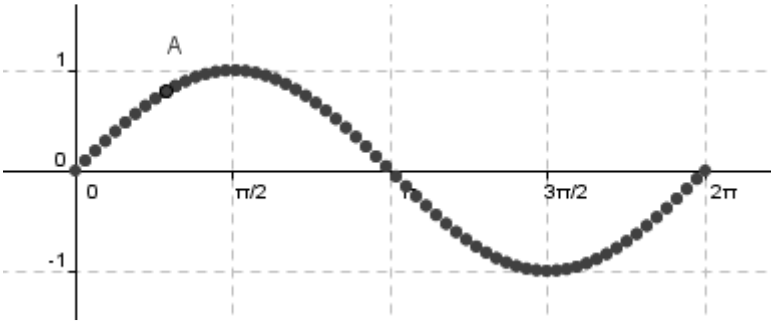


[Esercizio 324] Disegnare la funzione y = sen(x)

Cliccare sul foglio di lavoro col tasto destro e scegliere **Proprietà** > **Asse x** > **Distanza**> π/2. Digitare nella riga di inserimento y = sin(x)

[Esercizio 325] Disegnare la funzione y = sen x con animazione

Cliccare sul foglio di lavoro col tasto destro e scegliere **Proprietà** > **Asse x** > **Distanza**> π/2. Digitare nelle riga di inserimento a=1, A=(a,sin(a)) e premere **Invio**, cliccare sul punto A e scegliere **Traccia attiva**. Con a=1 realizzare uno slider con intervallo da 0 a 360° e scegliere **Animazione attiva**. Nota: mettendo 360° il valore viene trasformato in radianti (6,28)



[Esercizio 326]

Disegnare y = cos(x) direttamente e poi con animazione

[Esercizio 327]

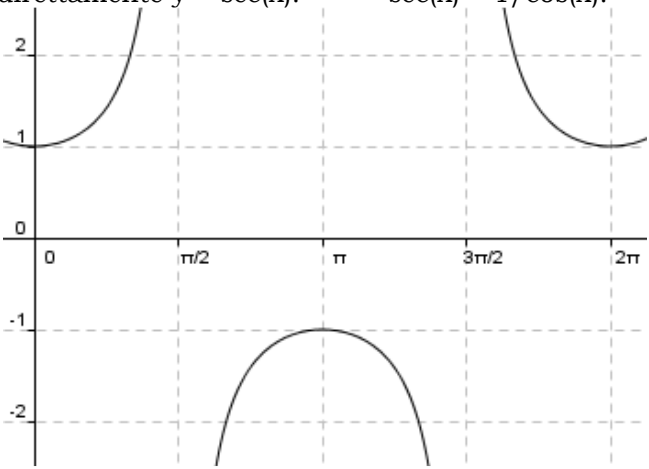
Disegnare y = tg(x) direttamente e poi con animazione

[Esercizio 328]

Disegnare y = cotg(x) direttamente e poi con animazione.
Nota: in Geogebra non c'è direttamente la funzione cotangente, ricorda che cotgx = 1/tgx.

[Esercizio 329]

Disegnare direttamente y = sec(x). sec(x) = 1/cos(x).



ESERCIZI PER LA QUINTA SUPERIORE

[Esercizio 392] Disegno della funzione razionale

Disegno della funzione razionale $y = \frac{x^2 - 9}{x + 2}$

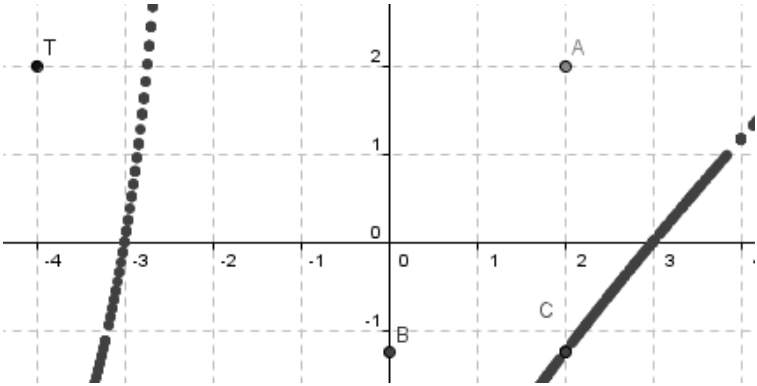
Tracciare la retta passante per i punti A=(-4,2) e B=(9,2). Rinominare la retta a con z ed i punti A e B in T ed S. Prendere il punto A=(2,2) e digitare nella riga di inserimento:

a = (x(A)) **Invio**

b = (a^2-9)/(a+2) **Invio**

B = (0,b) **Invio**

Tracciare la perpendicolare da A all'asse delle X e da B all'asse delle y e individuare il punto d'incontro C. Nascondere le rette. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Traccia attiva**, poi prendere **Icona4> Luogo**, cliccare in B ed in C. Spostare il punto A per ottenere la curva desiderata.



[Esercizio 393] Disegnare le funzioni

a. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 5}$

b. $y = \frac{x^2 - 4x}{x + 3}$

c. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 9}$

d. $y = \frac{x^2 - 4}{x}$

[Esercizio 394] Disegno della funzione irrazionale

Usando la stessa tecnica, disegnare le seguenti funzioni irrazionali:

a. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}}$

Digitare> b = sqrt(a^3/(a+1))

b. $y = \sqrt{\frac{x^2-2x}{x^2-1}}$

digitare b = sqrt((a^2-2a)/(a+1))

c. $y = \sqrt{\frac{x^2-9}{x^2-1}}$

d. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-1}}$

e. $y = \sqrt{\frac{x^3-8}{x^2+1}}$

[Esercizio 395] Disegno della funzione esponenziale y = a^x

Nella riga di inserimento digitare `a=1, y=a^x` e premere **Invio**. Con a=1 realizzare uno slider da 0,1 a 8, quindi spostarlo osservando cosa accade.

[Esercizio 396]

Funzione esponenziale y = 2^x- 2

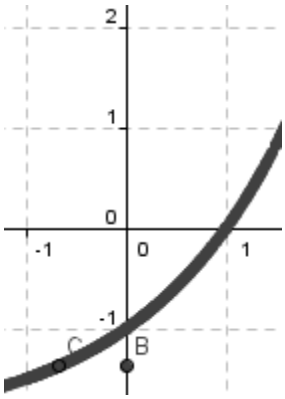
Tracciare la retta passante per i punti A=(-4,2) e B=(9,2). Rinominare la retta a con z ed i punti A e B in T ed S. Prendere il punto A=(3,2), digitare nella riga di inserimento:

`a=(x(A))` **Invio**

`b=2^a-2` **Invio**

`B=(0,b)` **Invio**

Tracciare la perpendicolare da A all'asse delle X e da B all'asse delle Y e individuare il punto d'incontro C. Nascondere le tre rette. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Traccia attiva**, poi prendere **Icona4> Luogo**, cliccare in B ed in C. Spostare il punto A per ottenere la curva desiderata.



[Esercizio 397] Disegnare le seguenti funzioni esponenziali:

a. $y = e^x + 1$

b. $y = 3^x - 9$

c. $y = 2^x - 4$

d. $y = e^x - 1$

[Esercizio 398] Disegno della funzione $y = \frac{x^2}{e^x}$

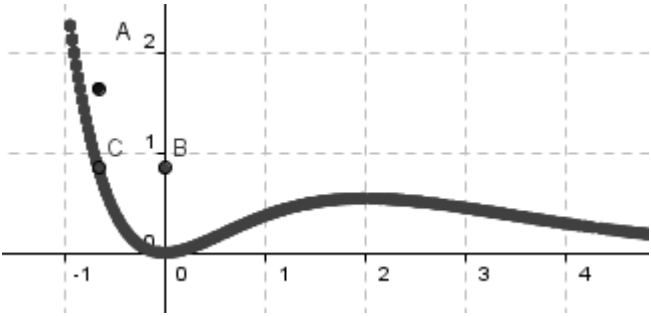
Tracciare la retta passante per i punti A=(-4,2) e B=(9,2). Rinominare la retta a con z ed i punti A e B in T ed S. Prendere il punto A=(1,2), digitare nella riga di inserimento:

`a=(x(A))` **Invio**

`b=a^2/e^a` **Invio**

`B=(0,b)` **Invio**

Tracciare la perpendicolare da A all'asse delle X e da B all'asse delle Y e individuare il punto d'incontro C. Nascondere le tre rette. Cliccare col tasto destro su C e scegliere **Traccia attiva**, poi prendere **Icona4> Luogo**, cliccare in B ed in C. Spostare il punto A per ottenere la curva desiderata.



[Esercizio 399] Disegnare le funzioni

a. $y = \frac{x}{2^x - 2}$

b. $y = \frac{x-1}{3^x - 9}$

c. $y = \frac{x^2 - 1}{3^x - 3}$

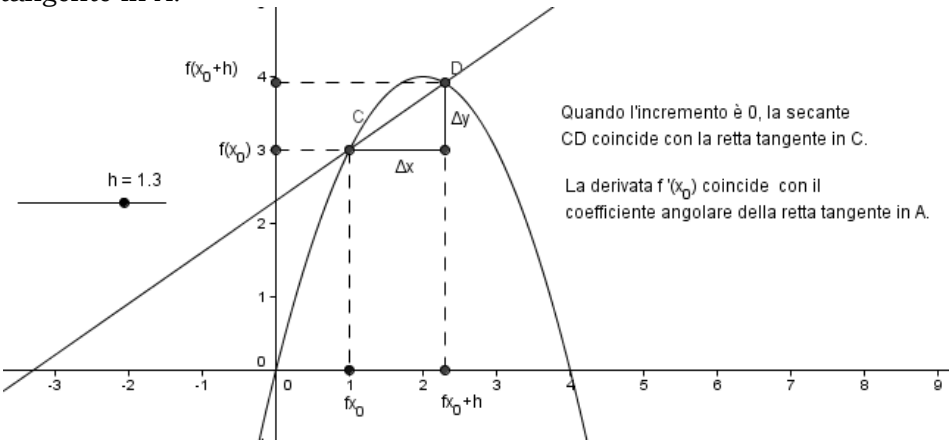
d. $y = \frac{4^x}{x-2}$

Definizione di derivata di una funzione

[Esercizio 400] Significato geometrico di derivata

Digitare nella riga di Inserimento y = - x^2 + 4x, A=(1,0), h = 1 e B=(1+h, 0) premendo **Invio** dopo ogni digitazione. Dai punti A e B tracciare le perpendicolari all'asse delle ascisse e indicare con C e D i punti di

intersezioni individuati sulla funzione. Dai punti C e D tracciare le perpendicolari all'asse delle ordinate individuando le intersezioni E ed F. Tracciare i segmenti EC e CA, FD e DB e tratteggiarli e nascondere le rette. Rinominare il punto A con fx_0 (digitare `fx_0`) e con lo strumento **Testo** scrivere `fx_0+h`. Portare la scritta vicino al punto B che priveremo della sua etichetta, cliccare col tasto destro su fx_0+h e scegliere **Proprietà> Posizione> Punto iniziale>** B. Ripetere la stessa procedura con E ed F inserendo i testi $f(x_0)$ e $f(x_0+h)$. Togliere le etichette a tutti i segmenti poi tracciare le perpendicolari da C all'asse delle X e da D all'asse delle Y individuando il punto d'incontro A al quale toglieremo l'etichetta dopo aver tracciato i segmenti DA e CA che rinomineremo rispettivamente in Δx e Δy. Tracciare la retta CD e con h = 1 fare uno slider da 0.01 a 1,8 con Incremento 0.01. Nascondere le retta AC e AD e con lo strumento **Testo** digitare:
Quando l'incremento è 0, la secante CD coincide con la retta tangente in C.
La derivata f'(x_0) coincide con il coefficiente angolare della retta tangente in A.

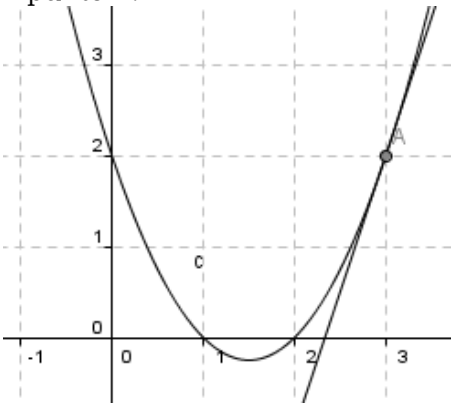


Tangenti ad una funzione

[Esercizio 401] Tangente da un punto appartenente alla funzione

Digitare nella riga di inserimento $y = x^2 - 3x + 2$ e premere **Invio**. Prendere quindi sulla conica un punto a piacere A (quando il punto è sulla conica, la conica diventa più spessa). Digitare nella riga di inserimento `Tangenti[A,c]`.

Provare a spostare il punto A.



[Esercizio 402]

Disegnare la tangente alle funzioni indicate prendendo un punto appartenente a piacere:

a. $y = x^2 - 4x$ da A (…,…)
b. $y = x^2 - 9$ da A (…,…)
c. $y = x^2 - 5x$ da A (…,…)
d. $y = 2\lg(x-1)$ da A (…,…)
e. $y = e^x - 3$ da A (…,…)
f. $y = (x^2-9)/(x^2-1)$ da A (…,…)

[Esercizio 403] Tangenti alla parabola da un punto non appartenente

Digitare nella riga di inserimento $y = x^2 - 4x+3$ e premere **Invio**. Prendere quindi il punto A non appartenente e digitare nella riga di inserimento `Tangenti[A,c]`.

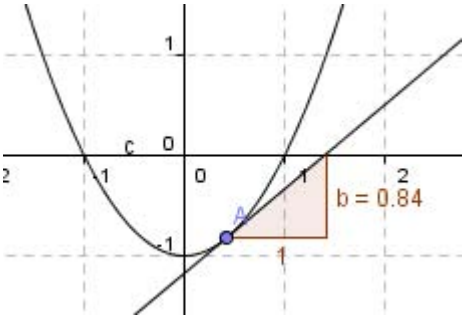
[Esercizio 404]

Disegnare le tangenti alle parabole indicate prendendo un punto appartenente a piacere:

a. $y = x^2 - 6x$ da A (…,…)
b. $y = x^2 - 16$ da A (…,…)
c. $y = x^2 - 5x + 4$ da A (…,…)

[Esercizio 405] Tangente ad una parabola con pendenza

Digitare nella riga di inserimento $y = x^2 - 1$ e premere **Invio**. Prendere sulla parabola c un punto A poi digitare `Tangenti[A,c]` e `Pendenza[a]` premendo ogni volta **Invio**. Provare quindi a spostare il punto A.



Tangente ad una parabola con pendenza

[Esercizio 406]

Usando il metodo precedente considerare le parabole ed un punto appartenente scelto a piacere:

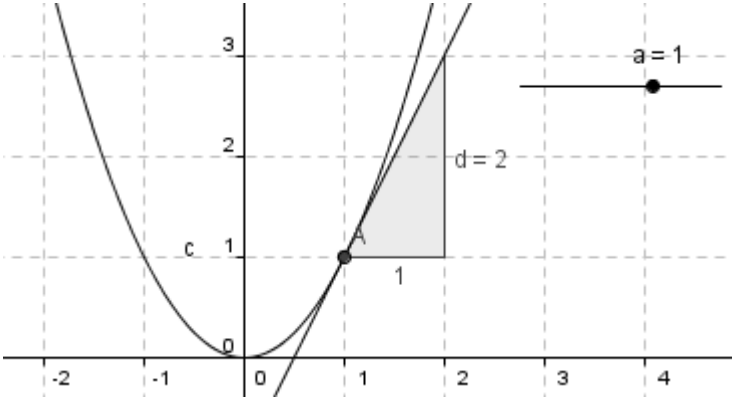
a. $y = x^2 - 2x$ da A (…,…)

b. $y = x^2 - 1$ da A (…,…)

c. $y = x^2 - 2x - 3$ da A (…,…)

[Esercizio 407] Tangente ad una parabola con pendenza e slider

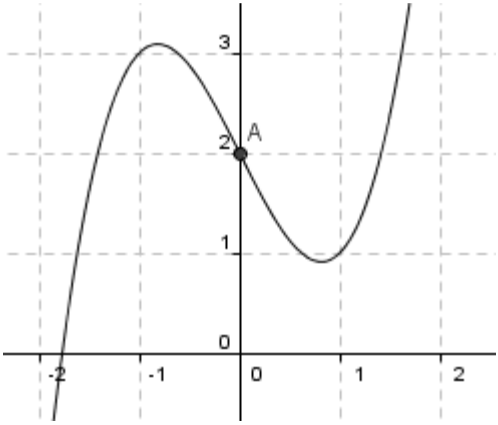
Digitare nella riga di inserimento `y=x^2 a=1 e A=(a,a^2)` premendo **Invio** dopo ogni digitazione. Digitare `Tangenti[A,c]` e `Pendenza[b]` e con a=1 realizzare uno slider da -4 a 4. Provare quindi a spostare lo slider.



Punti di flesso di una funzione

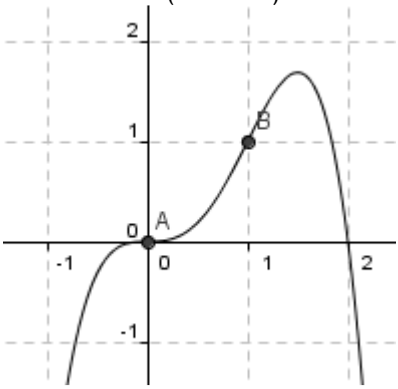
[Esercizio 408]

Inserire $y = x^3 - 2x + 2$ e `Flesso[f(x)]`. Viene individuato il punto A di flesso obliquo.



[Esercizio 409]

Digitare nella riga di inserimento `y=-x^3*(x-2)` e `Flesso[f(x)]` premendo **Invio** dopo ogni digitazione. Vengono individuati i punti A e B rispettivamente flesso orizzontale (in x = 0) e flesso obliquo (in x = 1)



[Esercizio 410]

Determinare i punti di flesso delle seguenti funzioni:

a. $y = x^3 /(x-1)^2$

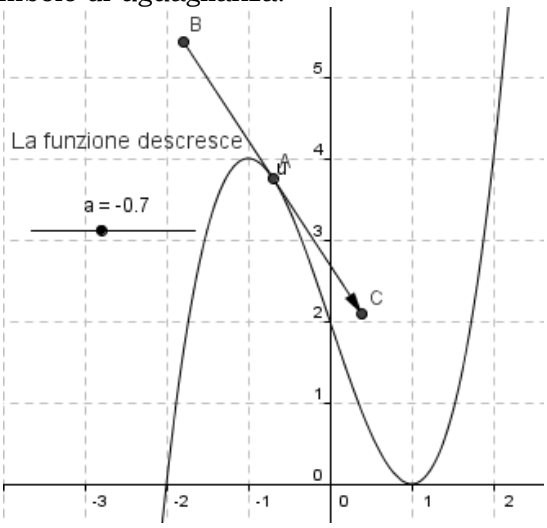
e. $y = x \ln x - 1/x$

b. $y = x^3 e^x$
c. $y = 2x^3 - 8x$
d. $y = x\sqrt{9 - x^2}$
f. $y = -x(x-1)^2$
g. $y = 2tgx + 1$ in $[-\pi/2; \pi/2]$
h. $y = ½ \text{ sen}2x + 4\text{sen}x$ in $[\pi/2; 3/2\pi]$

Funzione crescente, decrescente e punti stazionari

[Esercizio 411]

Digitare nella riga di inserimento $y = x^3 - 3x + 2$, a = 1, A =(a, a^3 -3a +2) e premere **Invio**. Con a = 1 realizzare uno slider e spostare il valore a 2. Digitare quindi `Tangenti[A,f(x)]` e premere **Invio**. Con lo strumento **Icona7> Circonferenza dati centro e raggio** disegnare una circonferenza di centro A e raggio 1 individuando le intersezioni di questa con la retta tangente (punti C e D). Disegnare con **Icona3> Vettore tra due punti** il vettore CD e nascondere circonferenza e tangente. Con lo strumento **Testo** digitare:
"`La funzione è crescente`" a 14 punti blu e nelle **Avanzate** scrivere `f'(a)>0`
"`La funzione è decrescente`" a 14 punti rosso e nelle **Avanzate** scrivere `f'(a)<0`
"`La funzione ha un punto stazionario`" a 14 punti e nelle **Avanzate** scrivere `f'(a) ≟ 0`
Attenzione al simbolo di uguaglianza.

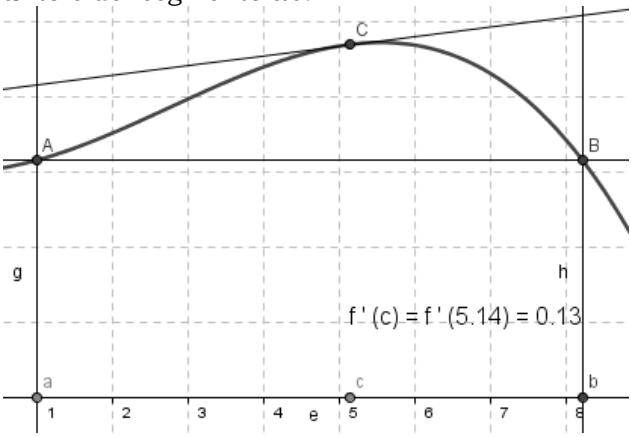


Teorema di Rolle

Data una funzione continua in [a,b] e derivabile in]a,b[se f(a) = f(b) allora esiste almeno un punto c, interno all'intervallo per il quale risulta f '(c) = 0.

[Esercizio 441] Teorema di Rolle

Nella riga di inserimento digitare y= -x³ / 50 + x² / 6 + 3 e premere **Invio**, cliccare sulla funzione col tasto destro e scegliere **Proprietà> Stile> Spessore linea>** 5 e colore rosso. Prendere quindi sull'asse delle X il punto A (1,0) e rinominarlo in a. Tracciare dallo stesso la perpendicolare all'asse delle X e individuare il punto di intersezione A con la funzione. Da questo tracciare la perpendicolare all'asse delle Y e individuare l'intersezione B con la funzione. Da questo punto tracciare la perpendicolare all'asse delle X e individuare l'intersezione C con l'asse delle X e rinominarla in b. Tracciare i segmenti ab, Aa e Bb tratteggiando gli ultimi due e nascondere le rette Aa e Bb. Prendere sul segmento ab un punto e rinominarlo in c. Digitare quindi nella riga di Inserimento `C=(x(c), f(x(c))), tangenti[C,-x³/50 + x²/6+3]`. Con lo strumento **Testo** digitare: `"f ' (c) = f ' (" + (x(c)) + ") = " + (f'(x(c)))` e portare il testo a 16 punti. Provare quindi a spostare il punto c del segmento ab.



[Esercizio 442]

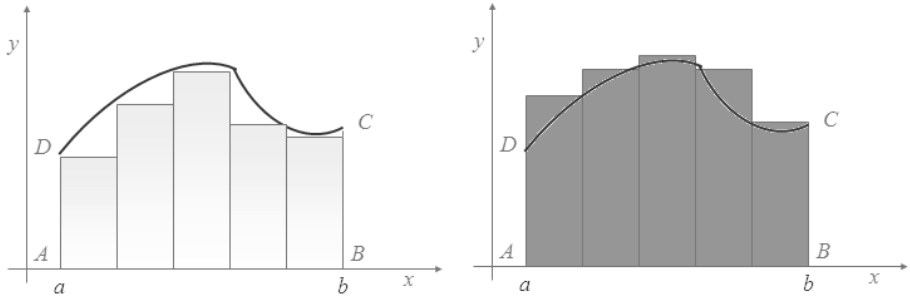
Ripetere con le funzioni y = -(x - 2)³ / 50 + (x - 2)² / 6 + 4 e y = -(x - 2)³ / 50 + (x - 2)² / 6 + 4

b. $y = x^2 - 4$ nell'intervallo [2,3] Risultato 2.96

c. $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ nell'intervallo [1,3] Risultato 4.5

Area del trapezoide

Vogliamo calcolare l'area della figura mistilinea determinata dal diagramma di una funzione y = f(x) definita e continua nell'intervallo [a, b]. Possiamo determinare l'area approssimandola con dei rettangoli inscritti e circoscritti. Dividendo in n parti l'intervallo [a, b], avremo n rettangoli di base h = (b – a)/n . Indicando con s_n la somma delle aree dei rettangoli inscritti e con S_n quella dei rettangoli circoscritti, l'area della figura mistilinea S, sarà compresa tra i due valori: $s_n < S < S_n$.
Considerando un numero di rettangoli via via crescente, possiamo osservare che i valori per difetto e quelli per eccesso convergono verso il valore reale dell'area della figura mistilinea.



[Esercizio 459]

Data la funzione $y = x^2$ calcolare, con il metodo precedente la sua area nell'intervallo [1,2]
Digitare nella riga di inserimento $y=x^2$, `Sommasuperiore[x^2,1,2,10]` e premere **Invio**. Nella Sommasuperiore si deve indicare la funzione, gli estremi dell'intervallo ed il numero di rettangoli che si vogliono usare. Digitare quindi con lo strumento **Testo**: `"L'integrale della funzione tra 1 e 2, vale=" +Integrale[x^2,1,2]`. Possiamo osservare la differenza tra i valori 2,48 e 2,33. Proviamo ad aumentare il numero dei rettangoli a 20 (cambiare il dato nella riga di inserimento) ed osserviamo come il valore dell'area si riduce a 2,41. Dopo aver eliminato i rettangoli delle due somme precedenti, digitare nella riga di